

Técnicas Experimentales I  
Instrumentación Electrónica

# **Práctica 1:**

# **Circuitos de Corriente Continua**

*Pedro Martínez Caamaño*

## 1• Objetivos

En el día a día contemporáneo nos vemos rodeados del impulsor tecnológico moderno, la electrónica. Para este aspecto y la inercia del mundo, hay que confiar en la electricidad; pero más allá de dejarnos llevar por esta, tendremos que comprenderla. Así, de forma práctica, realizaremos un primer contacto con material básico del laboratorio de electrónica, verificaremos de forma experimental la ley de Ohm, nos familiarizaremos con las escalas y magnitudes, experimentaremos con las resistencias en serie y en paralelo y haremos tratamiento de datos.

Pese a ser estas nuestras primeras realizaciones en laboratorio, podremos generalizar los objetivos en:

- Uso del polímetro.
- Aplicación del código de colores e interpretación de este en las resistencias.
- Comprobación de la ley de Ohm y de las leyes básicas de asociación de resistencias.

Al ir realizando las mediciones, dependiendo de su categoría, las dividiremos en Medida de resistencias, Circuito en serie y Circuito en paralelo. En cada una haremos las correspondientes estimaciones directas, indirectas o teóricas, regresiones lineales, daremos los resultados y los procesaremos para luego discutirlos brevemente.

## 2• Material

Haremos uso del correspondiente material:

- Polímetro
- Placa base y cables de conexión
- Resistencias
- Fuente de alimentación de corriente continua

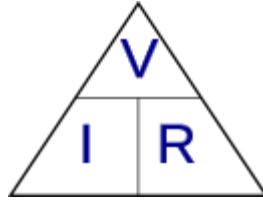
## 3• Fundamentos Teóricos

Los dos fundamentos físicos básicos con los que operaremos serán la ley de Ohm y la Asociación de resistencias eléctricas.

### Ley de Ohm

Esta es una ley básica en el funcionamiento de circuitos eléctricos que relaciona la diferencia de Potencial ( $V$ , en Voltios (V)) con la Intensidad ( $I$ , en Amperios (A)) y la Resistencia Eléctrica ( $R$ , en Ohmios ( $\Omega$ )) mediante la fórmula:

$$V = I \cdot R$$

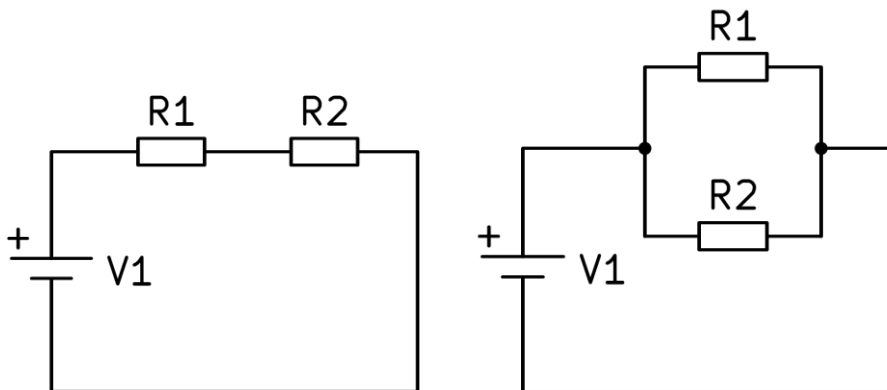


La ley fue enunciada por Georg Simon Ohm en 1827 y establece una relación directa de diferencia de potencial entre los extremos de un circuito eléctrico donde circula corriente con la resistencia de este y la intensidad sobre tal.

Por ello, al aplicar la relación  $\frac{V}{I}$  esta debe permanecer constante, pudiendo evaluar de esta manera el valor de la resistencia:  $\frac{V}{I} = cte. = R$ ; al haber en la recolección de datos, cierta incertidumbre sobre tales, deberemos operar bajo esta ecuación haciendo uso de la propagación de incertidumbres de medidas indirectas. Otra forma, con base de amplia cantidad de valores, es mediante representación gráfica de V frente a I, en la que, mediante regresión lineal obtendremos una recta cuya pendiente ha de ser la resistencia en cuestión:  $\frac{\Delta V}{\Delta I} = R$

#### Asociación de resistencias eléctricas

Las resistencias, ya mencionadas, relacionan la intensidad con la tensión eléctrica de manera que, de forma no activa, disipan la energía del sistema en forma de calor. Ocurre y comprobaremos que al disponer varias resistencias en el mismo circuito de corriente continua (en estas prácticas entre una y dos, siendo siempre dos para las pruebas de asociación de resistencias) las propiedades generales de estas como conjunto varían si las disponemos en serie o en paralelo.



*De izquierda a derecha: circuito con resistencias en serie y circuito con resistencias en paralelo.*

- Resistencias en Serie. Dispuestas de forma contigua, cumple que, la intensidad es constante a lo largo de todas sus resistencias y la diferencia de potencial es la suma de la diferencia de potencial entre los terminales de cada resistencia, es decir que  $V = V_1 + V_2$  Siendo V la resultante general en los extremos del conjunto de las dos resistencias y cada V indicada la

diferencia de potencial entre los bornes de cada resistencia. Estos dos supuestos nos llevan a que las propiedades de resistencia se suman de forma continua:  $R = \sum_i^n R_i$

- Resistencias en Paralelo. Unidas sus terminales a ambos extremos del circuito. La corriente total, al entrar por el nodo que conecta ambas resistencias, ha de dividirse, ocurre que la intensidad se reparte entre ambas resistencias a su paso  $I = I_1 + I_2$  y el voltaje a través de cada resistencia es el mismo e igual al total del circuito. Entonces, en esta colocación, se da la siguiente relación como resistencia general de sus respectivas individuales:  $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

## 4• Medida de Resistencias

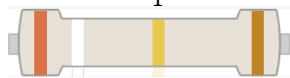
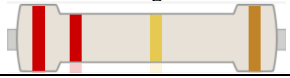
### 4.1• Código de Colores

Poseyendo las resistencias, podremos analizarlas mediante la tabla del código de colores dada por el fabricante para obtener sus valores esperados y correspondiente incertidumbre.

Colores	1ª Cifra	2ª Cifra	Multiplicador	Tolerancia
Negro		0	· 0	
Marrón	1	1	· 10 <sup>1</sup>	±1%
Rojo	2	2	· 10 <sup>2</sup>	±2%
Naranja	3	3	· 10 <sup>3</sup>	
Amarillo	4	4	· 10 <sup>4</sup>	
Verde	5	5	· 10 <sup>5</sup>	±0.5%
Azul	6	6	· 10 <sup>6</sup>	
Violeta	7	7	· 10 <sup>7</sup>	
Gris	8	8	· 10 <sup>8</sup>	
Blanco	9	9	· 10 <sup>9</sup>	
Oro			· 10 <sup>-1</sup>	±5%
Plata			· 10 <sup>-2</sup>	±10%
Sin color				±20%

*Código de Colores de cuatro bandas.*

Ahora aplicaremos la información de la tabla a nuestras dos resistencias, expresando los resultados con tres cifras significativas en sus magnitudes ya que dispondremos de esa precisión en las medidas directas y también es una decisión que tomaremos personalmente. Haremos las debidas aproximaciones.

Resistencia	Valor nominal (Ω)	Tolerancia	$R \pm s(R)$ (Ω)
 $R_1$	$3,90 \cdot 10^5$	±5%	$(3,90 \pm 0,20) \cdot 10^5$
 $R_2$	$2,20 \cdot 10^5$	±5%	$(2,20 \pm 0,11) \cdot 10^5$

*Valores Teóricos de las resistencias.*

## 4.2. Medida Directa

Con ayuda del polímetro, mediremos los valores de las resistencias anteriores colocando los bornes del multímetro en los extremos de cada resistencia. Debido a que no hemos podido acceder al manual de instrucciones del polímetro, desconocemos la incerteza asociada en medidas experimentales que suele ofrecer como dato el fabricante. De forma aproximada a esta, tomaremos como cifras significativas aquellas que puedan disponerse en la pantalla en las mediciones. Esto es algo que haremos en futuras mediciones de siguientes apartados y que afrontaremos de esta misma forma.

Resistencia	Lectura ( $\Omega$ )	Resolución ( $\Omega$ )	$R \pm s(R)$ ( $\Omega$ )
$R_1$	$3,95 \cdot 10^5$	$\pm 10^3$	$(3,95 \pm 0,01) \cdot 10^5$
$R_2$	$2,18 \cdot 10^5$	$\pm 10^3$	$(2,18 \pm 0,01) \cdot 10^5$

Valores de las resistencias medidos con el polímetro.

## 4.3. Estimación Indirecta

### 4.3.1. Toma de medidas

Completaremos ahora, para la resistencia uno ( $R_1$ ), diez medidas en las que valoraremos la intensidad del circuito con la resistencia (colocando el polímetro en serie en este, conectado a la corriente continua) según cierto voltaje (que seleccionaremos desde 1 a 10 V).

Medida	$V \pm s(V)$ (V)	$I \pm s(I)$ (A)
1	$1,0 \pm 0,1$	$(2,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
2	$2,0 \pm 0,1$	$(5,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
3	$3,0 \pm 0,1$	$(7,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
4	$4,0 \pm 0,1$	$(10,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
5	$5,0 \pm 0,1$	$(12,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
6	$6,0 \pm 0,1$	$(15,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
7	$7,0 \pm 0,1$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
8	$8,0 \pm 0,1$	$(20,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
9	$9,0 \pm 0,1$	$(23,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
10	$10,0 \pm 0,1$	$(25,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$

Intensidad y Tensión en medidas de circuito simple usando la resistencia  $R_1$ .

### 4.3.2. Regresión Lineal Simple

Si representamos gráficamente V frente a I, según la Ley de Ohm, deberíamos obtener una recta que pase por el origen de coordenadas con el valor de la resistencia como pendiente. De forma práctica, al tomar datos de un mundo imperfecto, no nos va a dar una recta perfecta, sino aproximada, y esta la conseguiremos mediante regresión lineal simple utilizando el método de los mínimos cuadrados con el cual minimizaremos el error general asociado al peso estadístico de los valores y encontraremos la recta que mejor se aproxime a los puntos representados. La recta que obtendremos será  $V = I \cdot R + a$  tal que  $a$  será próxima a cero o al menos debería.

Para aplicar el método de mínimos cuadrados utilizaremos  $\omega_i = \frac{1}{s^2(y_i) + b^2 \cdot s^2(x_i)}$  pero despreciaremos la incertidumbre de x (correspondiente a las medidas de intensidad) frente a la de y (que muestra las medidas de voltaje, con una diferencia de 6 órdenes de magnitud), por tanto  $\omega_i = \frac{1}{s^2(y_i)}$  y como la incertidumbre en y (voltaje) es la misma ( $\pm 0,1 V$ ), llegamos a que  $\omega_i = cte$ . Así, utilizaremos esto en la función a minimizar, que quedará como  $X^2 = \omega_i \cdot \sum_i^n (y_i - (\alpha + \beta \cdot x_i))^2$  tal que  $y_i = V_i$ ,  $x_i = I_i$ ,  $\beta = R$  y  $\alpha = 0$ . Para este último, haremos una comprobación para así verificar que  $V = I \cdot R + a$  pasa por el origen o al menos muy próximo a este, usaremos la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{(\sum_i V_i) \cdot (\sum_i I_i^2) - (\sum_i I_i) \cdot (\sum_i V_i \cdot I_i)}{n \cdot (\sum_i I_i^2) - (\sum_i I_i)^2}$$

V (V)	I (A)	I <sup>2</sup> (A)	V · I (V · A)
1	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$6,8 \cdot 10^{-12}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$
2	$5,2 \cdot 10^{-6}$	$27,0 \cdot 10^{-12}$	$10,4 \cdot 10^{-6}$
3	$7,8 \cdot 10^{-6}$	$60,8 \cdot 10^{-12}$	$23,4 \cdot 10^{-6}$
4	$10,2 \cdot 10^{-6}$	$104,0 \cdot 10^{-12}$	$40,8 \cdot 10^{-6}$
5	$12,8 \cdot 10^{-6}$	$163,8 \cdot 10^{-12}$	$64 \cdot 10^{-6}$
6	$15,3 \cdot 10^{-6}$	$234,1 \cdot 10^{-12}$	$91,8 \cdot 10^{-6}$
7	$17,9 \cdot 10^{-6}$	$320,4 \cdot 10^{-12}$	$125,3 \cdot 10^{-6}$
8	$20,5 \cdot 10^{-6}$	$420,2 \cdot 10^{-12}$	$164 \cdot 10^{-6}$
9	$23,0 \cdot 10^{-6}$	$529,0 \cdot 10^{-12}$	$207 \cdot 10^{-6}$
10	$25,5 \cdot 10^{-6}$	$650,2 \cdot 10^{-12}$	$255 \cdot 10^{-6}$
$\sum V_i = 55$	$\sum I_i = 140,8 \cdot 10^{-6}$	$\sum I_i^2 = 2516,3 \cdot 10^{-12}$	$\sum V_i \cdot I_i = 984,3 \cdot 10^{-6}$

A lo que alfa se resolvería como  $\alpha = -0,0361$ , que es muy próxima a cero, por lo que podemos decir que la ecuación  $V = R \cdot I$  se cumple con las características de recta con término independiente nulo; así que utilizaremos las ecuaciones correspondientes a tal para una regresión lineal simple sin término independiente:

$$R = \frac{\sum_i V_i \cdot I_i}{\sum_i I_i^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (V_i - R \cdot I_i)^2}{n - 1}}$$

$$s(R) = \frac{s}{\sqrt{\sum_i I_i^2}}$$

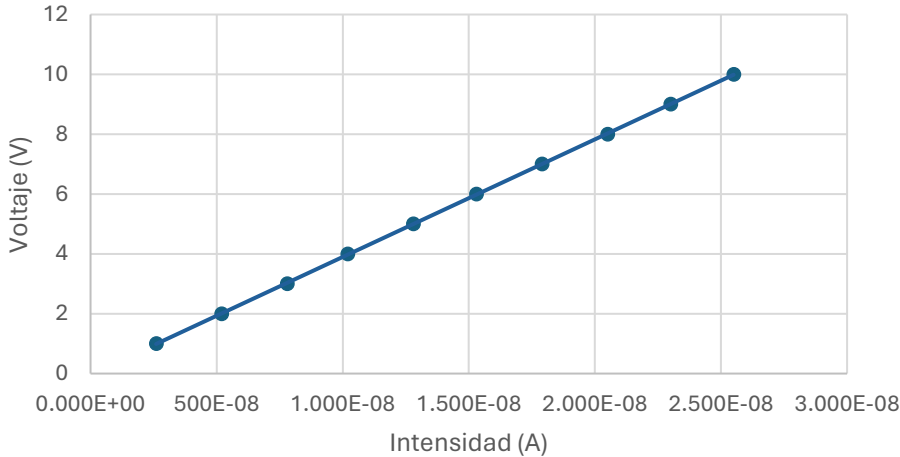
$$r = \frac{\sum_i V_i \cdot I_i}{\sqrt{(\sum_i I_i^2) \cdot (\sum_i V_i^2)}}$$

A esto, formaremos una tabla de valores para calcular estos valores, en realidad será la misma tabla que arriba, pero añadiendo dos columnas que faltan:

$V (V)$	$I (A)$	$V^2 (V)$	$I^2 (A)$	$V \cdot I (V \cdot A)$	$(V - R \cdot I)^2$
1	$2,6 \cdot 10^{-6}$	1	$6,8 \cdot 10^{-12}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$2,76 \cdot 10^{-4}$
2	$5,2 \cdot 10^{-6}$	4	$27,0 \cdot 10^{-12}$	$10,4 \cdot 10^{-6}$	$1,10 \cdot 10^{-3}$
3	$7,8 \cdot 10^{-6}$	9	$60,8 \cdot 10^{-12}$	$23,4 \cdot 10^{-6}$	$2,48 \cdot 10^{-3}$
4	$10,2 \cdot 10^{-6}$	16	$104,0 \cdot 10^{-12}$	$40,8 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^{-4}$
5	$12,8 \cdot 10^{-6}$	25	$163,8 \cdot 10^{-12}$	$64 \cdot 10^{-6}$	$2,30 \cdot 10^{-5}$
6	$15,3 \cdot 10^{-6}$	36	$234,1 \cdot 10^{-12}$	$91,8 \cdot 10^{-6}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$
7	$17,9 \cdot 10^{-6}$	49	$320,4 \cdot 10^{-12}$	$125,3 \cdot 10^{-6}$	$1,21 \cdot 10^{-6}$
8	$20,5 \cdot 10^{-6}$	64	$420,2 \cdot 10^{-12}$	$164 \cdot 10^{-6}$	$2,40 \cdot 10^{-4}$
9	$23,0 \cdot 10^{-6}$	81	$529,0 \cdot 10^{-12}$	$207 \cdot 10^{-6}$	$4,90 \cdot 10^{-5}$
10	$25,5 \cdot 10^{-6}$	100	$650,2 \cdot 10^{-12}$	$255 \cdot 10^{-6}$	$8,70 \cdot 10^{-4}$
$\sum V_i = 55$	$\sum I_i = 140,8 \cdot 10^{-6}$	$\sum V_i^2 = 385$	$\sum I_i^2 = 2516,3 \cdot 10^{-12}$	$\sum V_i \cdot I_i = 984,3 \cdot 10^{-6}$	$\sum (V - R \cdot I)^2 = 5,49 \cdot 10^{-3}$

Aplicando las fórmulas y usando los redondeos y cifras significativas necesarios, nos queda un valor de resistencia de:  $(391,02 \pm 0,49) \cdot 10^3 \Omega$  con un coeficiente de regresión lineal de  $r \approx 0,9996881417 \dots$

Circuito con una Resistencia



**4.4• Resultados**

Hemos obtenido los siguientes resultados por diversos métodos:

Resistencia	Código de Colores ( $\Omega$ )	Medida Directa ( $\Omega$ )	Estimación Indirecta ( $\Omega$ )
$R_1$	$(3,90 \pm 0,20) \cdot 10^5$	$(3,95 \pm 0,01) \cdot 10^5$	$(391,02 \pm 0,49) \cdot 10^3$
$R_2$	$(2,20 \pm 0,11) \cdot 10^5$	$(2,18 \pm 0,01) \cdot 10^5$	

Para la resistencia dos, hay un rango entre las incertidumbres de ambos métodos donde coincide (2,19) por lo que podemos juzgarlo como valor confiable.

En cambio, con la primera resistencia, pese a poder aproximar (sobre todo con el uso del código de colores y con estimación indirecta), no hay pleno consenso de intersección confiable. Para llegar a esto se puede deber a la baja precisión de los valores de voltaje que indicaba la fuente de alimentación. Sería más eficiente haber utilizado el

polímetro para verificar con más cifras significativas estos datos. De todas formas, podemos considerarlo un valor bueno como aproximación.

## 5. Circuito en Serie

### 5.1. Estimación teórica y medida directa

Situaremos ahora el ya mencionado circuito en serie (véase esquema en la página III) con las resistencias, también ya usadas,  $R_1$  y  $R_2$ .

En este tipo de circuitos resulta que el conjunto de resistencias da lugar a una resistencia general ficticia con valor de suma de sus partes (este principio ya se mencionó en las páginas III y IV). Por ello, comenzaremos con el cálculo de este, pero detectando su incertidumbre mediante propagación de incertidumbres.

El valor teórico se obtiene sumando las resistencias según estipula el código de colores, por lo que  $R = R_1 + R_2 = 6,1 \cdot 10^5 \Omega$  y su incertidumbre calculada con el método de mínimos cuadrados aproximada a dos cifras significativas:  $s(R) = \sqrt{s(R_1)^2 + s(R_2)^2} = 0,23 \cdot 10^5 \Omega$

Por medida directa con polímetro, encontraríamos como resultado con la incertidumbre del multímetro que  $R + s(R) = (0,615 \pm 0,001) \cdot 10^6 \Omega$

Estimación Teórica ( $\Omega$ )	Medida Directa ( $\Omega$ )
$(6,10 \pm 0,23) \cdot 10^5$	$(6,15 \pm 0,01) \cdot 10^5$

### 5.2. Estimación indirecta

#### 5.2.1. Toma de medidas

Realizaremos diez medidas buscando un voltaje lineal desde 1 a 10 V en los que haremos tomas de la diferencia de tensión de la resistencia general y las resistencias individuales por sus bornes en circuito en serie, además de la intensidad, que recordará, es constante en todo el circuito. Estas medidas las haremos alternando la presencia del polímetro en el circuito de en serie a en paralelo según midamos intensidad o tensión.

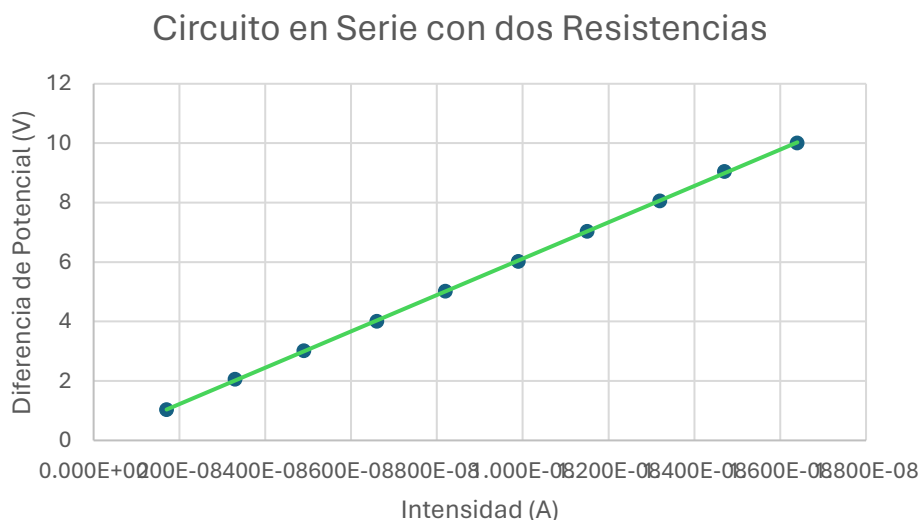
Medida	$V \pm s(V) (V)$	$V_1 \pm s(V_1) (V)$	$V_2 \pm s(V_2) (V)$	$I \pm s(I) (A)$
1	$1,032 \pm 0,001$	$0,656 \pm 0,001$	$0,364 \pm 0,001$	$(1,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
2	$2,05 \pm 0,01$	$1,305 \pm 0,001$	$0,724 \pm 0,001$	$(3,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
3	$3,01 \pm 0,01$	$1,911 \pm 0,001$	$1,059 \pm 0,001$	$(4,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
4	$4,00 \pm 0,01$	$2,54 \pm 0,01$	$1,409 \pm 0,001$	$(6,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
5	$5,02 \pm 0,01$	$3,18 \pm 0,01$	$1,765 \pm 0,001$	$(8,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
6	$6,02 \pm 0,01$	$3,82 \pm 0,01$	$2,11 \pm 0,01$	$(9,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
7	$7,03 \pm 0,01$	$4,46 \pm 0,01$	$2,47 \pm 0,01$	$(11,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
8	$8,06 \pm 0,01$	$5,12 \pm 0,01$	$2,83 \pm 0,01$	$(13,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
9	$9,05 \pm 0,01$	$5,74 \pm 0,01$	$3,18 \pm 0,01$	$(14,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
10	$10,01 \pm 0,01$	$6,35 \pm 0,01$	$3,52 \pm 0,01$	$(16,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$

*Intensidad y Tensión en medidas de circuito en serie usando las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ .*

### 5.2.2· Regresión Lineal Simple

La incógnita ahora es el valor de la resistencia conjunta, que comprobaremos de forma indirecta mediante regresión lineal simple. Esta vez nos ahorraremos el proceso de mostrar los cálculos pues el procedimiento es exactamente el mismo al realizado en el apartado 4.3.2.

Nos da que R vale  $(611,67 \pm 0,92) \cdot 10^3 \Omega$



Tras aplicar una de las ecuaciones asociadas a los circuitos en serie, confirmaremos que  $V = V_1 + V_2$  haciendo una tabla (con todos los valores el Voltios):

$V$	$s(V)$	$V_1$	$s(V_1)$	$V_2$	$s(V_2)$	$\sum_i V_i$	$\sum_i s(V_i)$
1,032	0,001	0,656	0,001	0,364	0,001	1,02	0,01
2,05	0,01	1,305	0,001	0,724	0,001	2,029	0,001
3,01	0,01	1,911	0,001	1,059	0,001	2,97	0,01
4,00	0,01	2,54	0,01	1,409	0,001	3,949	0,010
5,02	0,01	3,18	0,01	1,765	0,001	4,945	0,010
6,02	0,01	3,82	0,01	2,11	0,01	5,93	0,01
7,03	0,01	4,46	0,01	2,47	0,01	6,93	0,01
8,06	0,01	5,12	0,01	2,83	0,01	7,95	0,01
9,05	0,01	5,74	0,01	3,18	0,01	8,92	0,01
10,01	0,01	6,35	0,01	3,52	0,01	9,87	0,01

Realizadas las aproximaciones, vemos que la ecuación a comprobar se aproxima, pero no es equivalente. A simple vista podríamos pensar en fallos numéricos o al realizar el experimento. No digo que no puedan darse estos, pero quizás se deba a no tener en cuenta todas las variables como es la de la resistencia material de los filamentos de cobre que usamos como conductores. Por ende, estos valores (así como en los obtenidos por regresión lineal, no se deben tomar con tanta relevancia como los más directos.

### 5.3• Resultados

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Resistencia	Estimación Teórica ( $\Omega$ )	Medida Directa ( $\Omega$ )	Estimación Indirecta ( $\Omega$ )
$R = R_1 + R_2$	$(6,10 \pm 0,23) \cdot 10^5$	$(6,15 \pm 0,01) \cdot 10^5$	$(611,67 \pm 0,92) \cdot 10^3 \Omega$

Los valores son más consistentes esta vez pues muestran una clara comprobación de la regla de la resistencia compuesta. Para justificar los errores, cabe decir que en estos cálculos no se tiene en cuenta la resistencia de los hilos conductores que conforman el circuito como son los cables de cobre, que transforman cierta proporción de esta corriente en calor.

## 6• Circuito en Paralelo

### 6.1• Estimación teórica y medida directa

Estructuraremos ahora un circuito con las dos resistencias en paralelo (véase figura de la página III) en la que, acorde a lo especificado sobre las características de los circuitos en paralelo en la página IV, deberían cumplirse las siguientes condiciones, y es lo que comprobaremos:  $I = I_1 + I_2$ ,  $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$  y una diferencia de tensión a ambos lados (tanto bornes de cada resistencia como nodos de unión) igual y constante.

Estas ecuaciones se encuentran primero deduciendo que la intensidad se reparte a lo largo de su camino por las resistencias que se encuentren en paralelo, por ello se puede especificar que  $I = \sum_i I_i$ . Aplicando la ley de Ohm nos quedaría que  $\frac{V}{R} = \sum_i \frac{V_i}{R_i}$  pero para que la intensidad se reparta por el circuito, el voltaje ha de ser constante, así, nos queda que  $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ .

Comenzaremos, tras los cálculos, midiendo la resistencia de forma directa con el polímetro como ya hemos hecho en apartados anteriores. También tendremos que medir intensidades introduciendo el polímetro al circuito como elemento en serie, y para el voltaje, en paralelo.

Con la estimación teórica, usaremos la fórmula  $R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$  y obtendremos de valor de R (utilizando la información relacionada con el código de colores),  $1,406 \cdot 10^5 \Omega$  y la correspondiente incertidumbre siguiendo:

$$s(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \cdot s(R_1)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \cdot s(R_2)^2} = \sqrt{\frac{R_2^4}{(R_1+R_2)^4} \cdot s(R_1)^2 + \frac{R_1^4}{(R_1+R_2)^4} \cdot s(R_2)^2} \approx 5194$$

De forma directa hemos medido:  $(140,8 \pm 0,1) \cdot 10^3 \Omega$

Completamos pues la tabla:

Estimación Teórica ( $\Omega$ )	Medida Directa ( $\Omega$ )
$(140,6 \pm 5,2) \cdot 10^3$	$(140,8 \pm 0,1) \cdot 10^3$

## 6.2. Estimación indirecta

### 6.2.1. Toma de medidas

Haremos diez medidas con voltajes distintos y evaluaremos la intensidad general del circuito y la que circula por cada resistencia. Cabe mencionar que, al realizar estas mediciones, hemos utilizado otra estrategia de toma de datos para ahorrar tiempo (pues en el punto 5 la tarea se hizo monótona y lenta), que consiste en poner el polímetro en posición de medir un elemento e ir tomando notas y cambiando el voltaje, así con cada uno de los tres componentes. Antes manteníamos el voltaje y cambiábamos los elementos a medir, ahora mantenemos el elemento a medir y cambiamos el voltaje. Esto, sin embargo, puede tener repercusiones ya que hemos aprendido que el voltaje indicado en la pantalla de la fuente de alimentación es, en muchas ocasiones, considerablemente distinto al medido por el polímetro (más preciso). Por eso, antes de realizar los cálculos y la regresión lineal, cabe tener eso en cuenta pues pueden ser los peores valores generales de toda la práctica. Dicho esto, escribimos los valores en tabla:

Medida	$V \pm s(V)(V)$	$I_1 \pm s(I_1)(A)$	$I_2 \pm s(I_2)(A)$	$I \pm s(I)(A)$
1	$1,0 \pm 0,1$	$(2,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(5,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(7,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
2	$2,0 \pm 0,1$	$(5,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(9,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(14,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
3	$3,0 \pm 0,1$	$(7,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(14,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(22,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
4	$4,0 \pm 0,1$	$(10,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(18,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(29,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
5	$5,0 \pm 0,1$	$(12,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(23,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(36,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
6	$6,0 \pm 0,1$	$(15,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(27,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(43,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
7	$7,0 \pm 0,1$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(32,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(50,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
8	$8,0 \pm 0,1$	$(20,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(37,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(57,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
9	$9,0 \pm 0,1$	$(23,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(41,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(64,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
10	$10,0 \pm 0,1$	$(25,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(46,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(72,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$

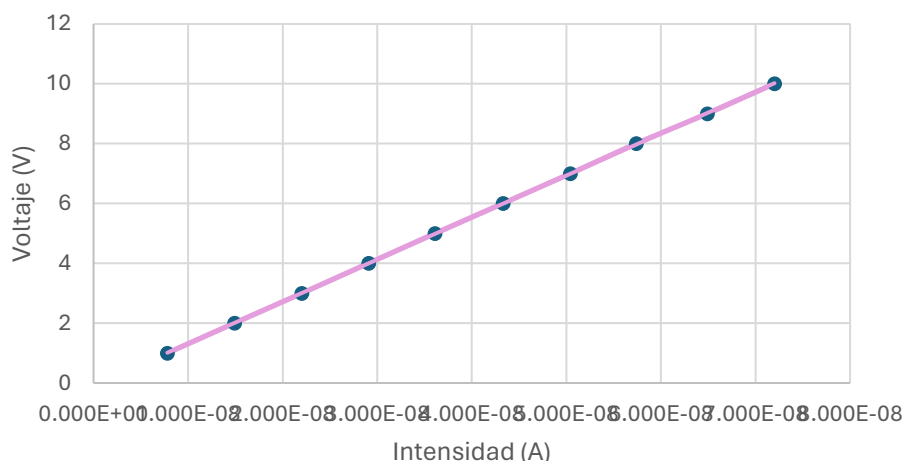
*Intensidad y Tensión en medidas de circuito en paralelo usando las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ .*

### 6.2.2. Regresión Lineal Simple

Mediante regresión simple calcularemos R y su respectiva incerteza, representaremos V frente a I y para finalizar con las medidas del circuito en paralelo, observaremos si se cumplen las condiciones de suma de Intensidades.

Nos ahorraremos el extenso proceso de obtención de valores por regresión simple y así, obtenemos el siguiente resultado  $R = (139,0 \pm 0,3) \cdot 10^3 \Omega$

### Circuito en Paralelo con dos Resistencias



Ahora buscaremos confirmar la relación de intensidad de los circuitos en paralelo,  
 $I = I_1 + I_2$

$I (10^{-6})$	$s(I) (10^{-6})$	$I_1 (10^{-6})$	$s(I_1)(10^{-6})$	$I_2 (10^{-6})$	$s(I_2) (10^{-6})$	$\sum_i I (10^{-6})$	$\sum_i s(I_i) (10^{-6})$
7,8	0,1	2,6	0,1	5,1	0,1	7,7	0,1
14,9	0,1	5,2	0,1	9,4	0,1	14,6	0,1
22,0	0,1	7,8	0,1	14,1	0,1	21,9	0,1
29,1	0,1	10,3	0,1	18,5	0,1	28,8	0,1
36,1	0,1	12,9	0,1	23,2	0,1	36,1	0,1
43,3	0,1	15,4	0,1	27,8	0,1	43,2	0,1
50,4	0,1	18,0	0,1	32,3	0,1	50,3	0,1
57,4	0,1	20,6	0,1	37,1	0,1	57,7	0,1
64,9	0,1	23,0	0,1	41,7	0,1	64,7	0,1
72,0	0,1	25,5	0,1	46,3	0,1	71,8	0,1

Los valores que medimos esta vez son más adecuados a la fórmula pese a tener una pequeña desvarianza promedio. De misma manera, la intensidad de la fuente de alimentación permaneció siempre constante. Puede deberse al propio polímetro, a ligeros cambios al alternar voltajes o a las características físicas del circuito, pese a que el estar en paralelo no debería afectar a la intensidad ni cambios de esta.

### 6.3• Resultados

Como síntesis, podríamos reordenar los datos obtenidos tal que tengamos:

Resistencia	Estimación Teórica ( $\Omega$ )	Medida Directa ( $\Omega$ )	Estimación Indirecta ( $\Omega$ )
$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$	$(140,6 \pm 5,2) \cdot 10^3$	$(140,8 \pm 0,1) \cdot 10^3$	$(139,0 \pm 0,3) \cdot 10^3 \Omega$

Esta vez, todas las medidas intersecan en mismas regiones, podríamos decir que el valor real se encuentra con mayor probabilidad en esta región. Parece que los obstáculos intrínsecos de la esencia del circuito no alteraron demasiado los resultados.

## 7· Conclusión

En esta práctica hemos hecho primer contacto con el hogar del empirismo: el laboratorio, donde nos hemos iniciado en los procedimientos básicos de laboratorio y nos hemos desvirgado ante el polímetro.

También hemos realizados nuestros primeros cálculos de tratamiento de datos, así como de generación de rectas por regresión lineal. Los datos obtenidos también parecen bastante buenos y razonables pese a no haber nosotros generado de momento una perspectiva ni intuición en ese aspecto, que queda en mera y valiosa iniciación. También hemos obtenido el poder tener una forma más angular de sentir y percibir las magnitudes relacionadas con la ley de Ohm, entre las cuales antes no teníamos una idea muy asentada sobre el “mucho” y el “poco”

## 8· Bibliografía

-Presentación sobre Análisis de Incertidumbres:

[https://cv.usc.es/pluginfile.php/2390439/mod\\_resource/content/1/an%C3%A1lisis%20incertidumbres.pdf](https://cv.usc.es/pluginfile.php/2390439/mod_resource/content/1/an%C3%A1lisis%20incertidumbres.pdf)

-Artículo con contexto y bases históricas de la Ley de Ohm:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Ohm%27s\\_law](https://en.wikipedia.org/wiki/Ohm%27s_law)

-Código de colores:

<https://masterplc.com/calculadora/codigo-de-colores-de-resistencias/>

Técnicas Experimentales I  
Instrumentación Electrónica

# **Práctica 2:**

# **Circuitos de Corriente Alterna**

*Pedro Martínez Caamaño*

## 1• Objetivos

Los principios de las ondas armónicas se ven reflejados en la tensión e intensidad frente al tiempo en la corriente alterna. La cual envuelve nuestro mundo, siendo habitual en las tomas eléctricas de nuestros hogares y espacios habituales. Por ello resulta tan interesante tratar de comprenderla y ver su forma a la que podemos no estar habituados.

También empezaremos a desenvolvemos con un aparato de medida más complejo que el polímetro, el osciloscopio, así como el generador de señales y el, para nosotros novedoso, condensador. Y trataremos de asimilar y acomodar en nuestra intuición, los principios de la corriente alterna, sus aparatos de medida y sus elementos.

## 2• Material

El material del que debemos disponer será el siguiente:

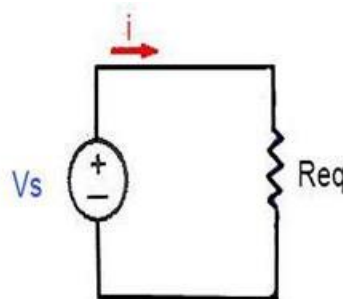
- Polímetro
- Placa base y cables de conexión
- Resistencia ( $10k \Omega$ )
- Condensador ( $12k \text{ pF}$ )
- Fuente de alimentación de corriente alterna (generador de señales)
- Osciloscopio digital

## 3• Fundamentos Teóricos

Los fundamentos físicos de esta práctica son más profundos y diversos. Pese a ello, los podremos agrupar en 3 secciones: Resistencia, Condensador y Circuito RC.

### Resistencia

Al aplicar una resistencia a un circuito en el que una fuente de fem senoidal es la alimentación, como se observa en la siguiente imagen:



*Circuito de corriente alterna con una resistencia.*

veríamos la cualidad armónica del potencial, dependiente del tiempo (onda armónica cuya fase depende del tiempo):

$$V(t) = V_m \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

en el que  $V_m$  es la amplitud y por tanto la tensión máxima. En futuros apartados, usaremos de forma trivial relaciones básicas del tema de ondas como

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

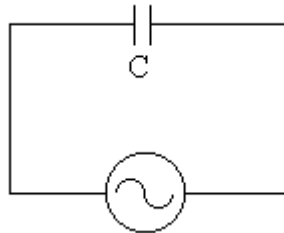
Aplicando la Ley de Ohm en este circuito,  $V = I \cdot R$  obtendríamos que

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_m}{R} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

con lo que es natural supone que Intensidad que recorre esta resistencia y la diferencia de tensión a ambos lados de esta están en fase.

### Condensador

Si en un circuito alimentado por la fuente fem senoidal situamos un condensador como se ve a continuación:



*Circuito de corriente alterna con un condensador.*

Podríamos llegar a la relación de intensidad en el circuito

$$I(t) = I_m \cdot \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

donde

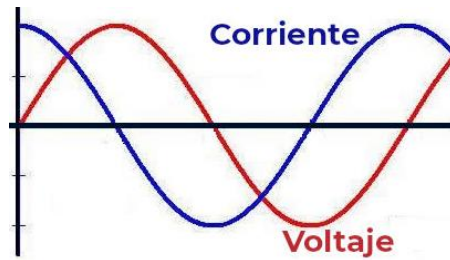
$$I_m = \omega \cdot C \cdot V_m = \frac{V_m}{X_c}$$

en la que  $X_c$  es la llamada Reactancia Capacitiva dada por

$$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

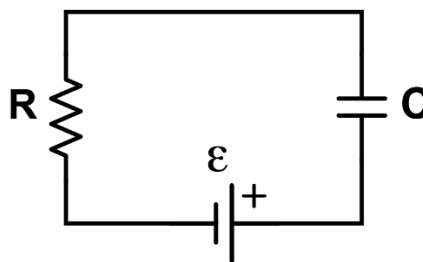
que es la oposición que hace el condensador eléctrico a la corriente. Así, la intensidad es mayor cuanto mayor sea la frecuencia.

Entonces, podemos comparar ambas ondas, de potencial en bornes del condensador e intensidad, y encontrar un desfase de  $\frac{\pi}{2}$  de la intensidad respecto al potencial como se observa en la imagen de a continuación.



### Circuito RC

Este tipo de circuito combina los elementos previamente mencionados en un mismo circuito con una fuente de corriente alterna tal y como se muestra en la figura siguiente:



*Circuito RC.*

en el cual el condensador y la resistencia están conectados en serie alimentados por la fuente fem armónica.

Posee ciertas características que debemos saber. La primera es la relación de suma directa de diferencias de potencial en bornes de cada elemento (condensador y resistencia) con la del potencial de la fuente, siendo así:

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t)$$

Para la intensidad en circuito se ve de la siguiente forma:

$$I(t) = I_m \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

en esta, la fase ( $\varphi$ ) equivale a

$$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{-X_C}{R}\right) = \text{arctg}\left(\frac{-1}{\omega \cdot R \cdot C}\right)$$

y la amplitud ( $I_m$ ) a

$$I_m = \frac{V_m}{Z}$$

para la cual Z es la Impedancia del circuito, que indica la resistencia a una corriente alterna en ohmios de siguiente manera

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C^2}}$$

Y por sus magnitudes ( $\Omega$ ), en la Ley de Ohm se debe cumplir

$$V(t) = I(t) \cdot Z$$

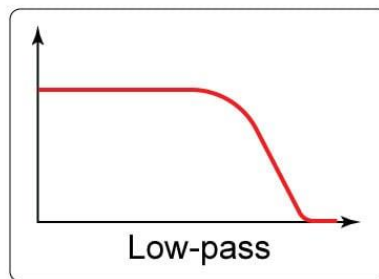
Por lo que, alterando la frecuencia vemos ciertas características en este circuito:

- $f \rightarrow \infty \Rightarrow Z \rightarrow R \Rightarrow \varphi \rightarrow 0$
- $f \rightarrow 0 \Rightarrow Z \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$

También encontramos la relación

$$G = \frac{V_C}{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot R^2 \cdot C^2}}$$

en la que G es la ganancia (relación entre output e input). Por ello, el circuito RC funciona como un filtro pasabaja (filtro pasa bajo o low pass dependiendo de donde se consulte) que afecta a las altas frecuencias atenuándolas y favoreciendo las frecuencias más graves (un principio usado en altavoces y amplificadores de instrumentos eléctricos como el bajo eléctrico).



Ganancia frente a frecuencia para un filtro pasabaja.

Por otra parte, hay una frecuencia a la cual la fase es igual a  $45^\circ$  ( $\frac{\pi}{4}$ ) y esto es cuando (en valores absolutos) la reactancia capacitiva es igual a la resistencia.

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \leftrightarrow R = X_C \rightarrow R = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \boxed{f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}}$$

Donde  $R \cdot C$  es el Tiempo de Respuesta del circuito RC.

Usaremos más adelante para calcular la Impedancia la fórmula que encontraremos a continuación, partiendo del potencial en bornes del circuito completo y de la resistencia respectivamente:

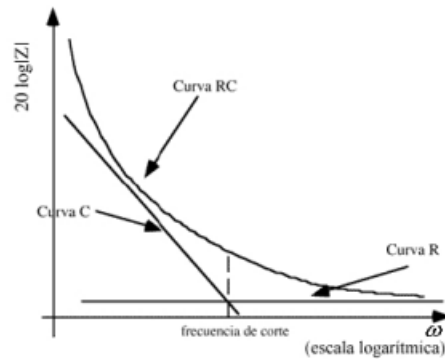
$$V_m = I_m \cdot Z$$

$$V_{mR} = I_m \cdot R$$

a lo que

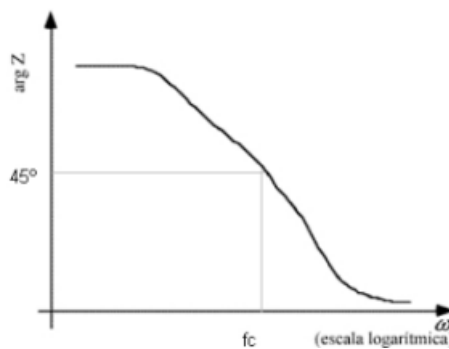
$$\frac{V_m}{V_{mR}} = \frac{Z}{R} \rightarrow \boxed{Z = R \cdot \frac{V_m}{V_{mR}}}$$

Otra forma de encontrar la frecuencia de corte antes mencionada es enfrentando Z frente a  $\omega$  (en escala logarítmica) y situando e intersecando la curva de la resistencia (R) y del condensador (C), tangentes a la curva RC:



Módulo de la Impedancia frente a frecuencia.

Esto lo haremos en la primera parte de la práctica. En la segunda será el relacionar Z frente a la frecuencia para encontrar la fase:



Fase de la Impedancia frente a frecuencia.

## 4. Medida de Potenciales

### 4.1. Valores Teóricos

Para comenzar, calculamos el valor teórico de la frecuencia de corte y la constante de tiempo para este circuito.

Como la constante de tiempo se denota por:

$$T = R \cdot C$$

$$T = (10^4 \Omega) \cdot (12 \cdot 10^{-9} F) = 1,2 \cdot 10^{-4} s$$

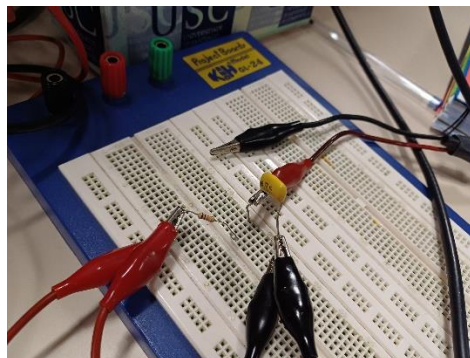
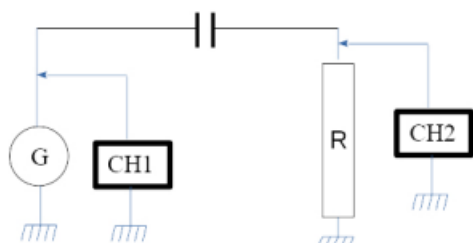
Y la frecuencia de corte como:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot T} = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot (1,2 \cdot 10^{-4})} \approx 1326,29 \text{ Hz}$$

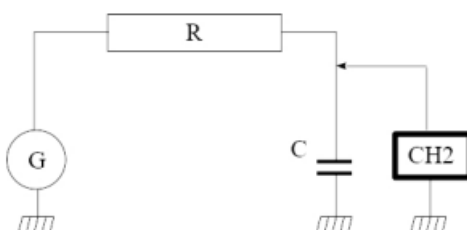
### 4.2. Primer Método Experimental

El punto principal ahora es calcular, en el circuito RC y con un voltaje del generador constante, en nuestro caso, de 10 Voltios, mediremos el potencial de la fuente y en bornes de la resistencia siguiendo el siguiente esquema:



*Circuito RC conectado al generador y al osciloscopio.*

Posteriormente, con el siguiente diagrama, tomaremos otras tantas medidas para medir el potencial del condensador para mismas frecuencias.



*Circuito RC para medir la diferencia de potencial en el condensador.*

Así, obtendremos los siguientes valores, siendo por orden el potencial en fuente, en bornes de la resistencia y en bornes del condensador. Cabe destacar que, por fabricante, las medidas de voltaje son entre picos en el osciloscopio pese a que la amplitud de onda (como se ve en el generador) es la mitad (como se puede observar al ver que en el generador seleccionamos 10 V y en el osciloscopio se marca aproximadamente el doble); pero esto no afecta a los cálculos ya que es, en todos, de proporcionalidad, por ello podemos evitar dividir entre 2 cada valor:

$f$ (Hz)	$V_m$ (V)	$V_{mR}$ (V)	$V_mC$ (V)
$300 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$4,40 \pm 0,01$	$19,4 \pm 0,1$
$400 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$5,60 \pm 0,01$	$19,2 \pm 0,1$
$500 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$6,88 \pm 0,01$	$18,8 \pm 0,1$
$600 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$8,20 \pm 0,01$	$18,2 \pm 0,1$
$700 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$9,20 \pm 0,01$	$17,8 \pm 0,1$
$800 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$10,0 \pm 0,1$	$17,2 \pm 0,1$
$900 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$11,0 \pm 0,1$	$16,6 \pm 0,1$
$1000 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$11,8 \pm 0,1$	$16,0 \pm 0,1$
$1100 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$12,4 \pm 0,1$	$15,6 \pm 0,1$
$1200 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$13,2 \pm 0,1$	$15,0 \pm 0,1$
$1400 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$14,2 \pm 0,1$	$14,0 \pm 0,1$
$1500 \pm 10^{-6}$	$20,2 \pm 0,1$	$14,8 \pm 0,1$	$13,4 \pm 0,1$

$1600 \pm 10^{-6}$	$20,4 \pm 0,1$	$15,0 \pm 0,1$	$13,0 \pm 0,1$
$1700 \pm 10^{-6}$	$20,2 \pm 0,1$	$15,4 \pm 0,1$	$12,6 \pm 0,1$
$1800 \pm 10^{-6}$	$20,2 \pm 0,1$	$15,8 \pm 0,1$	$12,2 \pm 0,1$
$1900 \pm 10^{-6}$	$20,2 \pm 0,1$	$16,0 \pm 0,1$	$11,8 \pm 0,1$
$2000 \pm 10^{-6}$	$20,2 \pm 0,1$	$16,4 \pm 0,1$	$11,4 \pm 0,1$
$2100 \pm 10^{-6}$	$20,2 \pm 0,1$	$16,6 \pm 0,1$	$11,0 \pm 0,1$
$2200 \pm 10^{-6}$	$20,2 \pm 0,1$	$16,8 \pm 0,1$	$10,6 \pm 0,1$

Que, aplicando una escala logarítmica para posterior representación del módulo de la impedancia, tomado de los valores experimentales, frente a la frecuencia en este tipo de escala. Esta representación es la llamada curva RC, que acompañaremos de la curva R y curva C (de la resistencia y condensador) como asíntotas de la curva RC. Su intersección es, teóricamente, el valor de la frecuencia de corte; es por ello que para la tabla tomamos valores por encima de la frecuencia de corte y por debajo, para verificar su comportamiento.

Producimos, con las fórmulas anteriormente mencionadas en el apartado 3, la siguiente tabla (puesta con notación no técnica, directa de Excel, pues es con la que realizaremos las operaciones que después reduciremos):

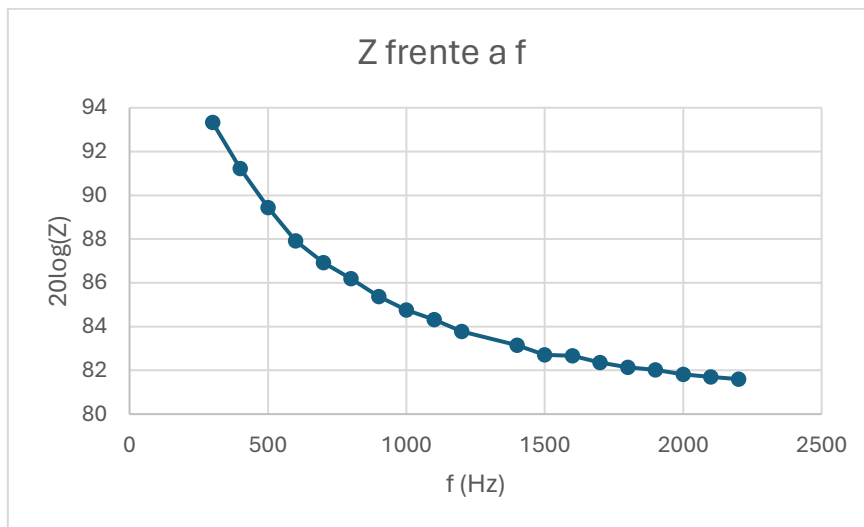
f (Hz)	V <sub>m</sub> (V)	V <sub>mR</sub> (V)	s(V <sub>mR</sub> )	V <sub>mC</sub> (V)	s(V <sub>mC</sub> )	logf	Z	20logZ	V <sub>mR</sub> /V <sub>mC</sub>
300	20,4	4,4	0,01	19,4	0,1	2,47712125	46363,6364	93,3235498	0,22680412
400	20,4	5,6	0,01	19,2	0,1	2,60205999	36428,5714	91,2288428	0,29166667
500	20,4	6,88	0,01	18,8	0,1	2,69897	29651,1628	89,4408346	0,36595745
600	20,4	8,2	0,01	18,2	0,1	2,77815125	24878,0488	87,9163263	0,45054945
700	20,4	9,2	0,01	17,8	0,1	2,84509804	22173,913	86,9168468	0,51685393
800	20,4	10	0,1	17,2	0,1	2,90308999	20400	86,1926033	0,58139535
900	20,4	11	0,1	16,6	0,1	2,95424251	18545,4545	85,3647496	0,6626506
1000	20,4	11,8	0,1	16	0,1	3	17288,1356	84,7549632	0,7375
1100	20,4	12,4	0,1	15,6	0,1	3,04139269	16451,6129	84,3241696	0,79487179
1200	20,4	13,2	0,1	15	0,1	3,07918125	15454,5455	83,7811247	0,88
1400	20,4	14,2	0,1	14	0,1	3,14612804	14366,1972	83,1468365	1,01428571
1500	20,2	14,8	0,1	13,4	0,1	3,17609126	13648,6486	82,7017931	1,10447761
1600	20,4	15	0,1	13	0,1	3,20411998	13600	82,6707782	1,15384615
1700	20,2	15,4	0,1	12,6	0,1	3,23044892	13116,8831	82,356613	1,22222222
1800	20,2	15,8	0,1	12,2	0,1	3,25527251	12784,8101	82,1338856	1,29508197
1900	20,2	16	0,1	11,8	0,1	3,2787536	12625	82,0246277	1,3559322
2000	20,2	16,4	0,1	11,4	0,1	3,30103	12317,0732	81,8101504	1,43859649
2100	20,2	16,6	0,1	11	0,1	3,32221929	12168,6747	81,7048656	1,50909091
2200	20,2	16,8	0,1	10,6	0,1	3,34242268	12023,8095	81,6008418	1,58490566

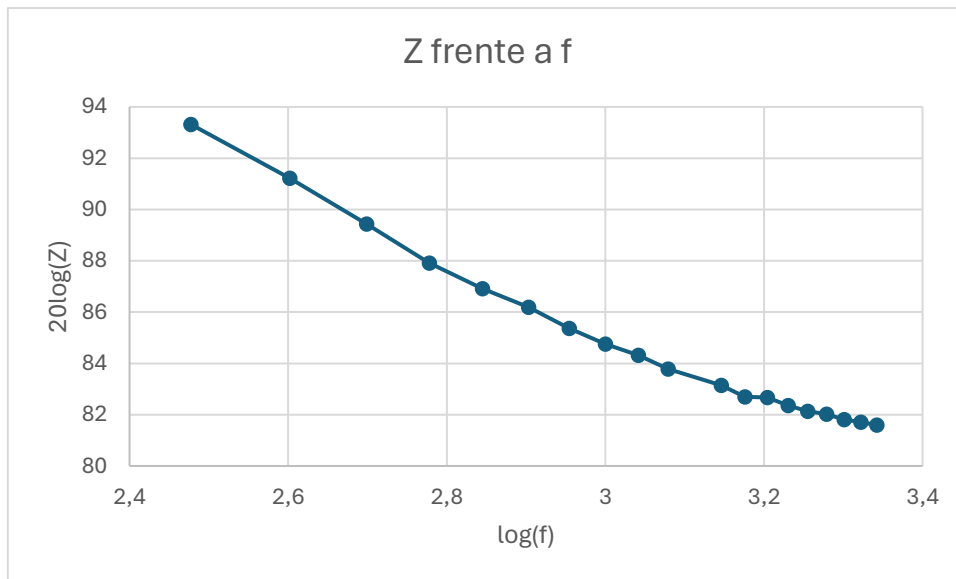
Con Z y su logaritmo con las consiguientes incertidumbres

$$s(Z) = \sqrt{\left(\frac{R}{V_{mR}}\right)^2 \cdot s^2(V_m) + \left(\frac{-R \cdot V_m}{V_{mR}^2}\right)^2 \cdot s^2(V_{mR})}$$

s(Z)	s(20logZ)
250,5	48,0
190,1	45,6
151,6	43,6
125,7	42,0
111,3	40,9
227,2	47,1
191,5	45,6
169,3	44,6
155,3	43,8
139,5	42,9
123,3	41,8
114,3	41,2
112,5	41,0
107,1	40,6
102,7	40,2
100,7	40,1
96,7	39,7
94,9	39,5
93,1	39,4

Así, la representación gráfica, en dos escalas distintas quedaría tal que:





Para añadir las rectas de R y C procedemos de la siguiente forma:

Curva R:

En un circuito de una resistencia sola, la impedancia resultaría constante y sería el propio valor de la resistencia, como se ve con la fórmula antes mencionada:

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 \cdot f^2 \cdot C^2}}$$

Por ello, para nuestro caso:

$$Z = R = 10^4 \Omega$$

Y en escala logarítmica queda como

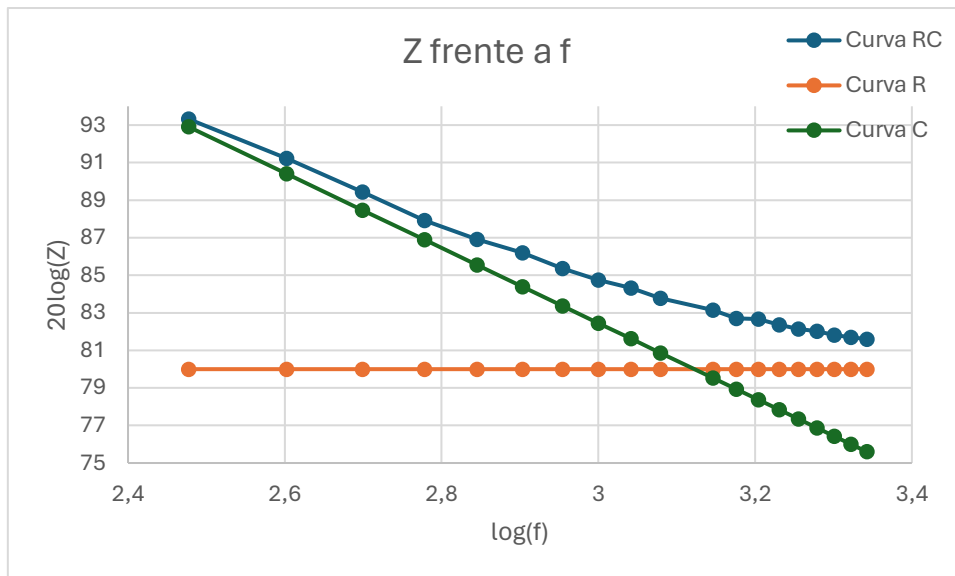
$$20 \cdot \log(Z) = 20 \cdot \log(R) = 80$$

Curva C:

Utilizando la misma fórmula que para hallar la Curva R, nos encontramos con que

$$Z = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot (1,2 \cdot 10^8) \cdot f}$$

Así, para ser representadas ambas en la gráfica, tendríamos:



Y, calculando la intersección, vemos ahora un valor solución de intersección trivial para la recta de la Curva R de  $y = 80$ . En cambio, para obtener la recta de la Curva C, tendremos que usar las fórmulas necesarias para su respectivo ajuste. Como no se requiere el procedimiento exacto, las obviaré y daré los resultados directos, así nos queda la siguiente recta para la curva C:

$$y = -20 \cdot x + 142,453$$

Lo curioso de esta recta es que su constante de regresión lineal era igual a 1, suceso casi imposible por lo tanto improbable, que culpo a la hoja de cálculo utilizada (Excel) por, seguramente, aproximar un valor cercano a 1 a 1. También cabe mencionar que se han tomado en ambos valores 3 decimales de referencia (el primero,  $a=-20$  se ha dejado así en vez de  $a=-20,000$  por comodidad, pero aquí lo destaco) pues al aplicar al siguiente sistema, da más exacto el valor de la frecuencia de corte.

Que ahora pasaremos a las magnitudes de sus ejes, más bien de  $x$  a  $\log(f)$ , ya que, como veremos en el siguiente sistema, resulta más sencillo igualar ambas rectas así:

$$\begin{cases} y = 80 \\ y = -20 \cdot \log(f) + 142,253 \end{cases}$$

Resolviendo por igualación, y despejando  $f$ , nos queda la frecuencia de corte ( $f_c$ ).

$$f_c = 1326,33 \pm 1,00 \text{ Hz}$$

Que es muy cercano al valor teórico calculado previamente, por lo que se puede considerar un buen resultado.

### 4.3. Segundo Método Experimental

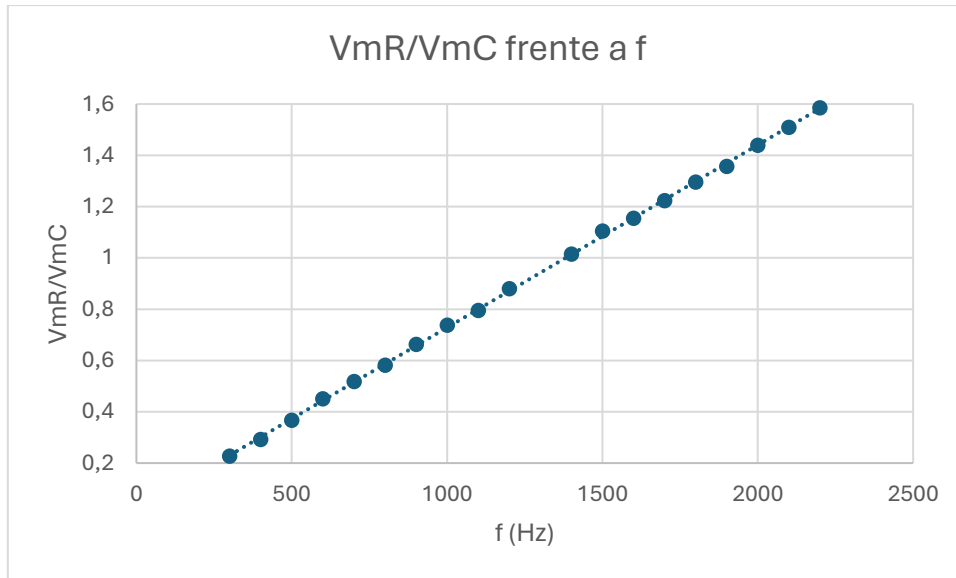
Ahora, para buscar otro método de obtención de la frecuencia de corte, utilizaremos los datos de la tabla para representar  $\frac{V_{mR}}{V_{mC}}$  frente a  $f$ . Sabemos que con esta relación tenemos la ecuación:

$$\frac{V_{mR}}{V_{mC}} = 2\pi \cdot f \cdot R \cdot C$$

Y si esta proporción entre Potenciales es igual (intersección en la recta de la gráfica anterior), tendríamos, para despejar  $f$  como frecuencia de corte:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

Así que producimos la gráfica y hallamos, por el método de los mínimos cuadrados, la ecuación de la recta de tendencia.



Y con una constante de regresión lineal de  $r = 0,99984233$ , obtenemos:

$$y = 0,000711889 \cdot f + 0,0165752$$

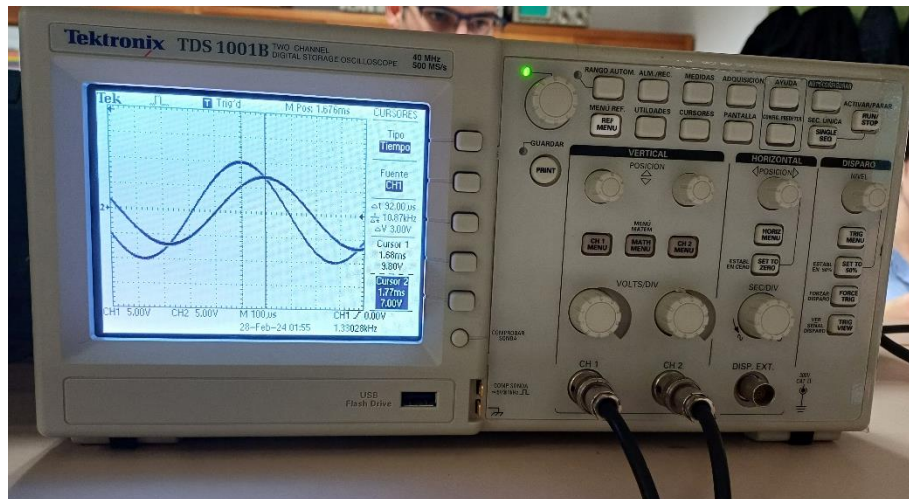
Igualamos a 1 y despejamos  $f$ :

$$f_c = 1381,43 \pm 2,98 \cdot 10^{-6} \text{ Hz}$$

El cual no es un resultado demasiado bueno, a unos 55 Hz de distancia del valor obtenido teóricamente y en el punto anterior.

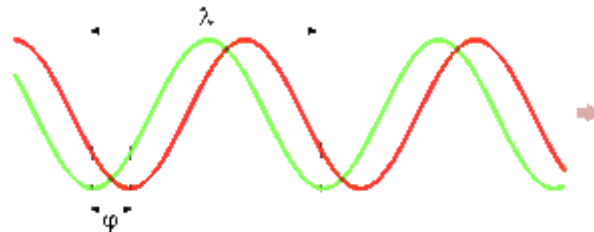
## 5. Desfase entre Señales

Con el osciloscopio en modo dual, tendremos visión de las señales tanto del generador como de la resistencia simultáneamente. Como ya explicamos al principio, en un circuito RC, entre ellas hay cierto desfase según la frecuencia. Este desfase será la “distancia” entre los picos de las dos ondas, siendo esta distancia el tiempo, en segundos.



Osciloscopio en modo dual.

Teniendo una onda como referencia, por ejemplo  $V_G$  con  $\omega \cdot t_1$  (la de mayor amplitud) y  $V_R$  con su desfase añadido  $\omega \cdot t_2 + \varphi$ ; buscamos la forma de obtener el parámetro  $\varphi$ , para ello calculamos la distancia entre picos  $\Delta t = t_2 - t_1$



Ahora hacemos uso de la fórmula

$$\varphi = -2\pi \cdot f \cdot \Delta t$$

Pero, por comodidad, tomaremos  $\Delta t = |t_2 - t_1|$  y para el desfase haremos:

$$\varphi = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t$$

Entonces, debemos comprobar que, para la frecuencia de corte, el desfase debería ser de  $\frac{\pi}{4}$  o  $45^\circ$ .

Antes de mostrar la tabla, destacaré que, en laboratorio, a alturas de esta práctica, decidimos medir el valor de la resistencia por si hacía falta tener un valor de frecuencia de corte más preciso (para que diese más cercano a  $45^\circ$ , suceso que, como se verá más adelante, ocurrió).

Así es que medimos que el valor de la resistencia, según el polímetro, fue de:

$$\text{Resistencia: } (9,97 \pm 0,01) \cdot 10^3 \Omega$$

Por lo que, la nueva frecuencia de corte teórica sería de:

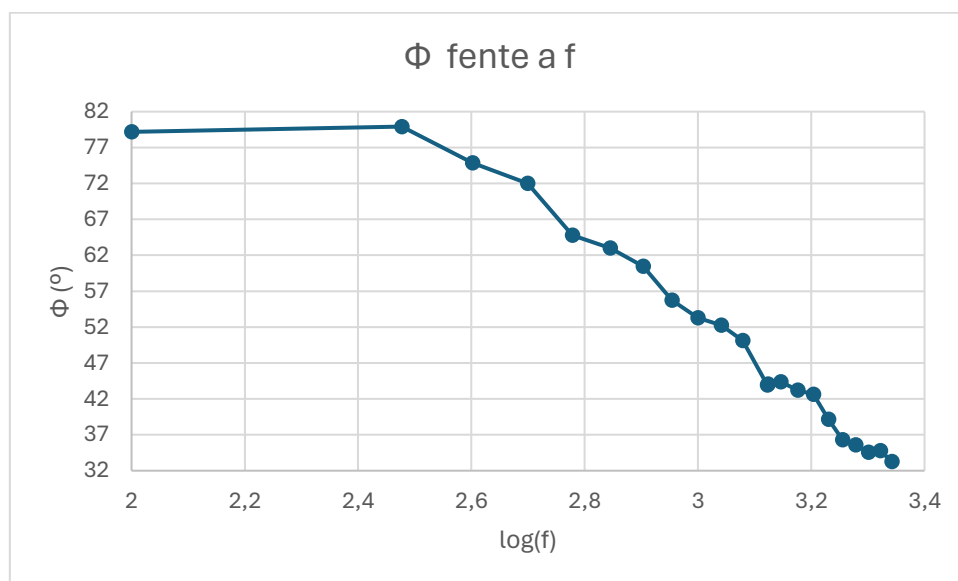
$$f_c = 1330,28 \pm 1,33 \text{ Hz}$$

Ahora, completamos la tabla, midiendo la distancia entre crestas y queda tal que:

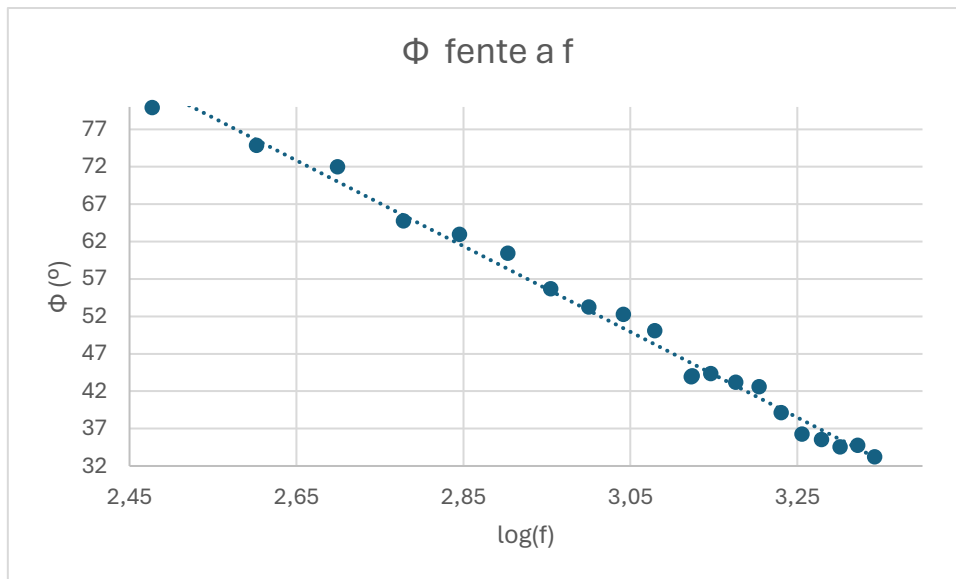
f (Hz)	log(f)	$\Delta t$ ( $\mu\text{s}$ )	s( $\Delta t$ ) ( $\mu\text{s}$ )	$\Phi$ (rad)	$\Phi$ ( $^\circ$ )
100		2	2200	1,38230077	79,2
300	2,47712125	740	0,1	1,39486714	79,92
400	2,60205999	520	0,1	1,30690254	74,88

500	2,69897	400	0,1	1,25663706	72
600	2,77815125	300	0,1	1,13097336	64,8
700	2,84509804	250	0,1	1,09955743	63
800	2,90308999	210	0,1	1,05557513	60,48
900	2,95424251	172	0,1	0,97263709	55,728
1000	3	148	0,1	0,92991143	53,28
1100	3,04139269	132	0,1	0,91231851	52,272
1200	3,07918125	116	0,1	0,87461939	50,112
1326,29	3,1226385	92	0,1	0,76666598	43,9267248
1330,28	3,12394306	92	0,1	0,76897241	44,0588736
1400	3,14612804	88	0,1	0,77408843	44,352
1500	3,17609126	80	0,1	0,75398224	43,2
1600	3,20411998	74	0,1	0,74392914	42,624
1700	3,23044892	64	0,1	0,68361056	39,168
1800	3,25527251	56	0,1	0,63334508	36,288
1900	3,2787536	52	0,1	0,62077871	35,568
2000	3,30103	48	0,1	0,60318579	34,56
2100	3,32221929	46	0,1	0,6069557	34,776
2200	3,34242268	42	0,1	0,58056632	33,264

Representando ahora, el desfase en grados sexagesimales frente a la frecuencia en escala logarítmica queda tal que:



Pero el primer valor es bastante extraño y despunta, por lo que hacer regresión lineal con ese valor nos desviaría de forma drástica la recta, aunque fuera solo para aproximar (porque la función “parece” una recta, pero puede no serlo, aproximaremos a tal). Por ello lo descartaremos, al menos para formar la línea de tendencia:



Y podemos ver que, para estos puntos, los valores teóricos están bastante cerca de los 45°. 43, 9° para 1326,29 Hz y 44, 1° para 1330,28 Hz.

Pero, produciendo una recta, nos quedaría, con una constante de regresión lineal  $r = 0,99394446$

$$y = -57,4233423 \cdot \log(f) + 225,044792$$

Al igualar y a 45 y despejar f, nos quedaría:

$$f_c = 1365,82 \pm 0,18 \text{ Hz}$$

Cabe destacar que estas medidas de desfase, sobre todo al medir la distancia entre picos, es bastante subjetiva, no por error máquina (limitación de píxeles, que es mínima) sino por humano. Cuando llevabas un rato ajustando onda, costaba ya a nuestras mentes saber diferenciar un pico de lo que no, dando a “pequeñas aproximaciones” que acaban por arrastrar más error. Por ello es que las medidas de frecuencia de corte nos han dado tan variadas.

## 7· Conclusión y Resultados

Los resultados obtenidos, mediante diversos métodos y formas los recolectaremos aquí:

$f_c$ (Hz)	$s(f_c)$ (Hz)
1326,3	
1326,33	1,00
1381,43	2,98E-6
1330,28	1,33
1365,82	0,18

Hay cierta disparidad entre unos resultados y otros. Parece que no tenemos un buen intervalo de confianza, con ciertos valores “extraños”, pero cuyos problemas e imperfecciones ya hemos analizado.

Como conclusión, cabe decir nuestras nuevas experiencias, aprendiendo a usar un generados de corriente alterna y el osciloscopio, que tan lejanos y desconocidos se nos hicieron al principio.

## **8· Bibliografía**

-Presentación sobre Análisis de Incertidumbres:

[https://cv.usc.es/pluginfile.php/2390439/mod\\_resource/content/1/an%C3%A1lisis%20incertidumbres.pdf](https://cv.usc.es/pluginfile.php/2390439/mod_resource/content/1/an%C3%A1lisis%20incertidumbres.pdf)

-Informe de Laboratorio de Instrumentación en Corriente Alterna:

[C:\Users\Lord\\_Fulgi\Downloads\Circuitos\\_elel\\_ctracos\\_ca.pdf](C:\Users\Lord_Fulgi\Downloads\Circuitos_elel_ctracos_ca.pdf)

Técnicas Experimentales I

Laboratorio Básico

# **Práctica 3:**

# **Medida de Pequeñas**

# **Resistencias**

*Pedro Martínez Caamaño*

## 1• Objetivos

En este experimento, buscaremos determinar una de las cualidades naturales de los materiales, la resistividad ( $\rho$ ), asociada a las dimensiones de un objeto, así como a su capacidad de paso de la corriente eléctrica.

Mediremos estas cualidades en dos metales distintos, el Aluminio (Al) y el Cobre (Cu), por lo que, aplicando la Ley de Ohm

$$\Delta V = I \cdot R$$

Y la definición de resistividad

$$\rho = \frac{R \cdot S}{L}$$

Siendo:

- $\rho$ : resistividad ( $\Omega \cdot m$ )
- R: resistencia total ( $\Omega$ )
- S: superficie de corte transversal ( $m^2$ )
- L: distancia entre dos puntos a evaluar ( $m$ )
- I: intensidad (A)
- $\Delta V$ : diferencia de potencial entre dos puntos (V)

Serán pues, esos los objetivos directos, objetivos indirectos abarcarán desde familiarizarse con nuevo equipo de laboratorio hasta el análisis de datos, así como el agregar nuevos conceptos científicos a nuestra biblioteca mental.

## 2• Material

Al tener que medir la capacidad de paso de corriente, dispondremos de algunos obvios materiales:

- Fuente de alimentación (en modo Corriente Constante C.C.).
- Amplificador de medidas (en modo amplificación  $10^3$ ).
- Dos polímetros (uno en serie con la fuente de alimentación para medir la intensidad y otro en paralelo a través del amplificador de señal para medir la diferencia de potencial).
- Dos barras cilíndricas de metal, una de Cobre y otra de Aluminio.

Colocaremos los elementos como se indica en la imagen:



*Equipo de medición de pequeñas resistencias.*

En nuestro caso y por comodidad, el polímetro en serie lo configuraremos en modo 10A y el polímetro en paralelo en 200mV, recordaremos que el amplificador estará en \*1000, por lo que 1mV medido por el polímetro significará  $1\mu\text{V}$  “real”.

### 3- Procedimiento

Dividiremos la práctica en dos secciones: Parte 1 y Parte 2, ya que, pese a en ambas medir la resistividad de las barras, lo haremos de formas distintas; así, simplificamos más conceptos y procedimientos dividiéndolas en diferentes partes.

#### Parte 1

Simplificadamente, por cada barra y con el equipo bien dispuesto, tomaremos cierta cantidad de medidas con sus respectivas incertidumbres y, mediante representación gráfica y aplicación de la Ley de Ohm y posterior regresión lineal, calcularemos el valor de Resistencia al que añadiremos las dimensiones físicas de la barra para hallar la resistividad.

Lo primero, para cada barra los mismos supuestos, será saber cuántos valores tomar y a que intervalos. Lo sabido de momento es que la distancia entre los bornes del sistema amplificador-polímetro será constante y nosotros variaremos la corriente a incrementos constantes para así medir el voltaje que a través pasa y deducir la resistencia.

Se nos informó (ya que nuestra perspectiva de estas magnitudes no está, de momento, bien integrada en nuestros cerebros) que la intensidad máxima a la que deberíamos llegar debía de estar en torno a 3-3,5 Amperios, pero no más. Por ello, como punto intermedio tomamos 3,2 A como valor máximo y, comenzando en 0 A, dividimos esta escalada de valores en 17 medidas de un incremento de 0,2 A por cada.

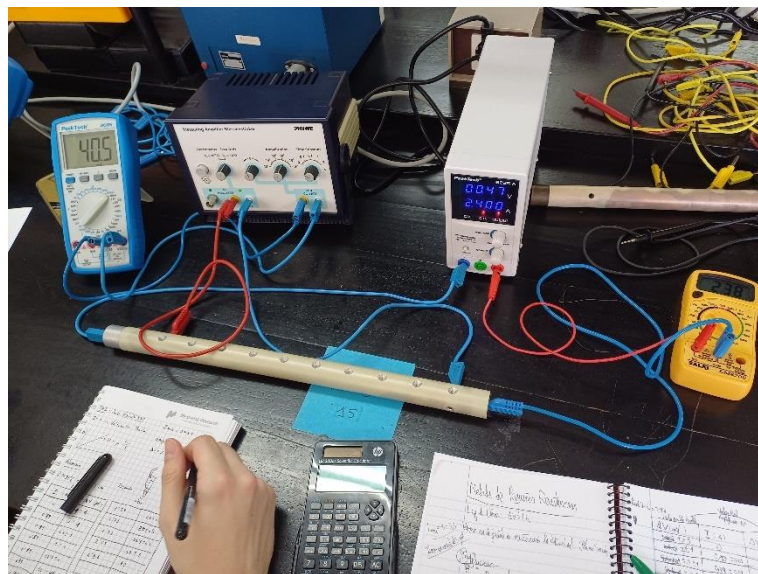
Es en este momento también en el que medimos la distancia entre los bornes del sistema amplificador-polímetro y el diámetro de la barra (para este es importante no medir junto al material aislante que recubre la barra), ambos valores dieron igual para las dos barras y, al ser medido con regla, la incertidumbre la situamos en 1mm, es decir, en  $1\text{E}-3$

m. Los valores obtenidos y sus operaciones serán mostradas en los puntos posteriores en los que se mostrarán y tratarán los datos.

Con los datos obtenidos cabe destacar dos cosas, la primera es que mediremos y tomaremos por cierto el valor del polímetro en serie y no el mostrado en la fuente de alimentación, ya que el polímetro es más exacto y por tanto más confiable. Lo segundo, y más crucial, es dividir todo valor de potencial por 1000 para obtener el valor real (cancelando el efecto del amplificador), si no, los resultados serán catastróficos.

También es importante mencionar que antes de empezar a tomar medidas debemos “tarar” el amplificador, esto es, para nula corriente por la barra, encontrar un punto de la ruleta del amplificador en el que el polímetro marque 0 V para 0 A. Esto, pese a que parece obvio, es muy difícil ya que este selector es muy sensible, aún así, como estamos interesados en la pendiente de la gráfica, no afectará demasiado un pequeño error distinto a cero que es por cierto lo más probable. Cabe destacar además que bajo ningún concepto debemos tocar el amplificador, ni siquiera por encima o en la mesa cerca de tal pues es tan hipersensible que nos cambiará totalmente la escala. A nosotros nos pasó en un momento y volvimos a empezar de cero esa toma de datos pues fueron echados a perder (la continuidad de todos, los pasados valores con los futuros, se vería afectada).

Sin mayor dificultad, luego formaríamos la representación gráfica y su línea de tendencia con la que obtendremos la resistencia y, con los datos anteriores, la susodicha resistividad.



Disposición del equipo para la Parte 1.

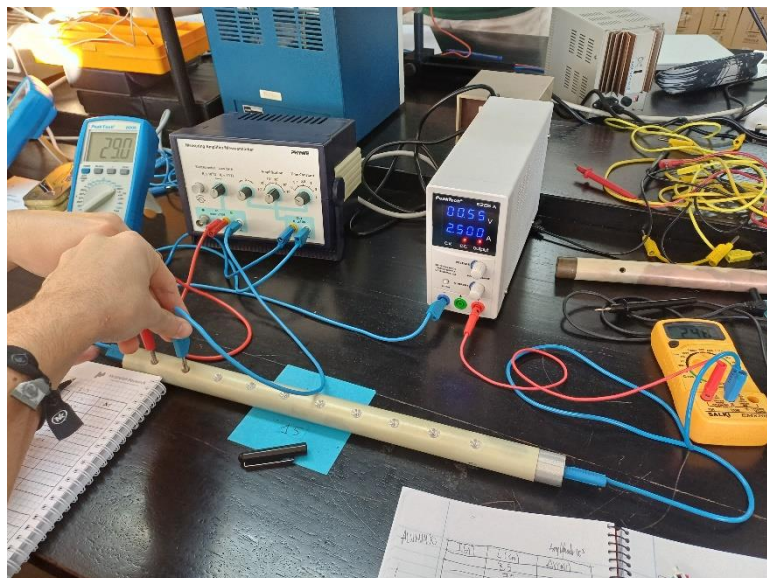
## Parte 2

Ahora el experimento se vuelve más largo, tedioso y cansado. Mediremos lo mismo, la resistencia y resistividad, pero, en vez de variar la corriente, variaremos la distancia entre los bornes del amplificador-polímetro a corriente constante para hallar diversos diferenciales de potencial. Al ser ambas barras de idénticas dimensiones, medimos y aplicamos para las dos barras metálicas la distancia entre los “agujeros” donde se insertan los extremos de los cables del amplificador con la incertidumbre de la regla. Como tiene un número de agujeros limitado (10 agujeros) las medidas serán limitadas también,

en nuestro caso de 9 posibles. Por ello, como 9 valores son pocos, multiplicamos su cantidad por 3 (27) al tomarlos a tres niveles de intensidad constantes distintos, que serán en ambos casos desde 2,5 hasta 3,5 Amperios, con diferencias de 0,5 A por cada.

Aquí hay que dejar claras ciertas cosas. La primera es que, de forma distinta a la Parte 1” los extremos no se introducen del todo en unos agujeros bien marcados y fijos, sino en “muescas” abiertas, por lo que tendremos que sujetar estos cables con nuestras manos y “encajar” el extremo metálico de forma correcta en estos cráteres de la barra. Así, los valores son extremadamente inexactos ya que, como pudimos observar nosotros, si colocas en un agujero, quitas el cable y lo vuelves a poner en misma posición, cambia bruscamente el valor. Además, los valores medidos de potencial están continuamente “saltando” y hemos de aproximar siempre un punto semiconstante o una media de entre oscilaciones para hallar su valor. También la incertidumbre se hace a ojo (aunque con intervalos de seguridad abiertos) pues suele ser fácil de ver (aunque amplios) los puntos entre los que varía. Hemos teorizado mi compañero y yo que esta “aleatoriedad” de valores puede darse al haber suciedad o restos ajenos al metal formando una capa imperceptible sobre estos agujeros y dificultando la medición, así como podría ser grasa humana de la piel o restos oxidados del metal si este es aleación (u otras formas propias de reactividad en caso de metal puro que es lo que debemos suponer).

Estas medidas no se deben tomar de forma tan seria y exacta como en las de la Parte 1, pero aún así, las representamos y calculamos su valor de regresión lineal para encontrar el valor propio de resistividad. Aquí se usa, en el análisis de datos, un enfoque diferente ya que se representa y mide la diferencia de potencia frente a la distancia entre bornes. Aunque para facilitar los datos y hacerlos más rápidos de operar, se multiplicarán el voltaje por el área de corte transversal y el voltaje por la intensidad, para, así, tener de pendiente el valor directo de la resistividad y no tener que seguir operando. Aviso que los valores que se obtendrán son entre malos, muy malos y horribles, pero se mostrarán más adelante.



*Disposición del equipo para la Parte 2.*

## 4• Datos y Análisis de Datos

Mostraremos los datos utilizados para cada una de las partes y como los operamos para obtener resultados claros.

### Parte 1

#### •Aluminio

Comenzamos con las medidas dimensionales, tenemos la longitud, que será constante y de siguiente valor:

L (m)	s(L) (m)
3,16E-01	1,00E-03

Ahora, para calcular el área transversal tenemos antes que

Diámetro (m)	s(diámetro) (m)
2,50E-02	1,00E-03

Y como la relación con radio es de un medio a uno, aplicada a la fórmula de superficie tendríamos que:

$$S(\text{superficie}) = \pi \cdot \left(\frac{\text{Diámetro}}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

Llamaremos d al diámetro. Tendremos que saber ahora como calcular su incertidumbre:

$$s(S) = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial d}\right)^2 \cdot s^2(d)} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\pi \cdot (\frac{d}{2})^2)}{\partial d}\right)^2 \cdot s^2(d)} = \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot d}{2}\right)^2 \cdot s^2(d)} = \frac{\pi \cdot d \cdot s(d)}{2}$$

Así, tenemos finalmente lo siguiente:

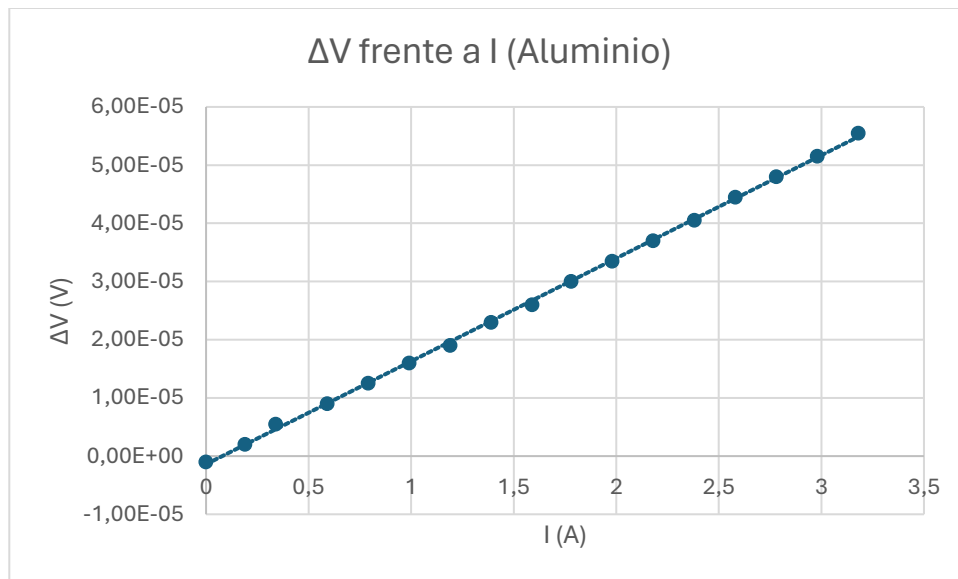
S (m <sup>2</sup> )	s(S) (m <sup>2</sup> )
4,91E-04	3,93E-05

Las medidas tomadas del experimento con sus respectivas incertidumbres serían:

$\Delta V$ (V)	s( $\Delta V$ ) (V)	I (A)	s(I) (A)
-1,00E-06	1,00E-06	0	0,01
2,00E-06	1,00E-06	0,19	0,01
5,50E-06	1,00E-06	0,34	0,01
9,00E-06	1,00E-06	0,59	0,01
1,25E-05	1,00E-06	0,79	0,01
1,60E-05	1,00E-06	0,99	0,01
1,90E-05	5,00E-07	1,19	0,01
2,30E-05	1,00E-06	1,39	0,01
2,60E-05	1,00E-06	1,59	0,01
3,00E-05	5,00E-07	1,78	0,01

3,35E-05	5,00E-07	1,98	0,01
3,70E-05	1,00E-06	2,18	0,01
4,05E-05	5,00E-07	2,38	0,01
4,45E-05	5,00E-07	2,58	0,01
4,80E-05	5,00E-07	2,78	0,01
5,15E-05	5,00E-07	2,98	0,01
5,55E-05	5,00E-07	3,18	0,01

La representación del Potencial frente a la Intensidad, con línea de tendencia, sería:



Pero para operar con ello, sabiendo de regresión lineal que el término independiente es 0 o muy cercano a 0, aproximamos a 0 y podemos usar las otras fórmulas. Esta aproximación la podemos hacer ya que tenemos visión directa (si calculamos con calculadora) de que es recta por origen de coordenadas. Estructuramos la tabla para operar a continuación más fácilmente.

ΔV (V)	I (A)	V <sup>2</sup> (V)	I <sup>2</sup> (A)	V*I	(V-R*I) <sup>2</sup>
-1,00E-06	0	1,00E-12	0	0,00E+00	1,00E-12
2,00E-06	0,19	4,00E-12	0,0361	3,80E-07	1,54E-12
5,50E-06	0,34	3,03E-11	0,1156	1,87E-06	9,01E-14
9,00E-06	0,59	8,10E-11	0,3481	5,31E-06	1,13E-12
1,25E-05	0,79	1,56E-10	0,6241	9,88E-06	9,55E-13
1,60E-05	0,99	2,56E-10	0,9801	1,58E-05	7,90E-13
1,90E-05	1,19	3,61E-10	1,4161	2,26E-05	1,69E-12
2,30E-05	1,39	5,29E-10	1,9321	3,20E-05	5,08E-13
2,60E-05	1,59	6,76E-10	2,5281	4,13E-05	1,26E-12
3,00E-05	1,78	9,00E-10	3,1684	5,34E-05	1,34E-13
3,35E-05	1,98	1,12E-09	3,9204	6,63E-05	7,72E-14
3,70E-05	2,18	1,37E-09	4,7524	8,07E-05	3,60E-14
4,05E-05	2,38	1,64E-09	5,6644	9,64E-05	1,04E-14
4,45E-05	2,58	1,98E-09	6,6564	1,15E-04	2,37E-13
4,80E-05	2,78	2,30E-09	7,7284	1,33E-04	3,30E-13

5,15E-05	2,98	2,65E-09	8,8804	1,53E-04	4,39E-13
5,55E-05	3,18	3,08E-09	10,1124	1,76E-04	1,56E-12
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
4,53E-04	2,69E+01	1,71E-08	5,89E+01	1,00E-03	1,18E-11

Aplicando las fórmulas para regresión lineal, obtenemos el valor de la Resistencia con su respectiva incertidumbre:

R	s	s(R)	r
1,71E-05	8,58878E-07	1,12E-07	1,00E+00

Un problema común de Excel es que aproxima valores muy pequeños, es por eso que la constante de regresión lineal (r) da igual a 1. Aún así, podemos determinar que es una muy buena aproximación puesto que el r real seguro que tiene muchos valores del 9 tras la coma, por eso Excel aproxima a 1.

Ahora bien, sabemos de la forma de la resistividad

$$\rho = \frac{R \cdot S}{L}$$

Por lo que solo habría que aplicar esos tres términos que ya tenemos, sin embargo, para la incertidumbre:

$$s(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial R}\right)^2 \cdot s^2(R) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)^2 \cdot s^2(S) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial L}\right)^2 \cdot s^2(L)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{S}{L}\right)^2 \cdot s^2(R) + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \cdot s^2(S) + \left(\frac{-R \cdot S}{L^2}\right)^2 \cdot s^2(L)}$$

Resultaría, finalmente lo siguiente:

ρ	s(ρ)
2,65E-08	2,12879E-09

Por lo que tendríamos que la resistividad del aluminio sería de

$$\rho(Al) = (2,65 \pm 0,22) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

### •Cobre

Los valores dimensionales son exactamente idénticos para la barra de cobre, así que:

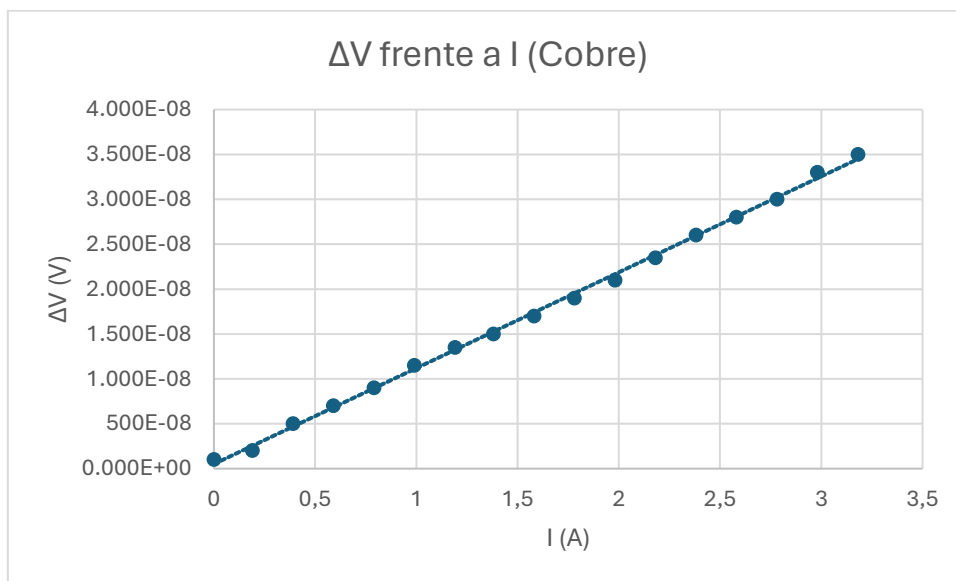
L (m)	s(L) (m)	Diámetro (m)	s(Diámetro) (m)	S (m <sup>2</sup> )	s(S) (m <sup>2</sup> )
3,16E-01	1,00E-03	2,50E-02	1,00E-03	4,91E-04	3,93E-05

Las medidas tomadas esta vez son:

ΔV (V)	s(ΔV) (V)	I (A)	s(I) (A)
--------	-----------	-------	----------

1,00E-06	1,00E-06	0	0,01
2,00E-06	1,00E-06	0,19	0,01
5,00E-06	5,00E-07	0,39	0,01
7,00E-06	5,00E-07	0,59	0,01
9,00E-06	5,00E-07	0,79	0,01
1,15E-05	5,00E-07	0,99	0,01
1,35E-05	5,00E-07	1,19	0,01
1,50E-05	5,00E-07	1,38	0,01
1,70E-05	5,00E-07	1,58	0,01
1,90E-05	5,00E-07	1,78	0,01
2,10E-05	5,00E-07	1,98	0,01
2,35E-05	5,00E-07	2,18	0,01
2,60E-05	5,00E-07	2,38	0,01
2,80E-05	5,00E-07	2,58	0,01
3,00E-05	1,00E-06	2,78	0,01
3,30E-05	1,00E-06	2,98	0,01
3,50E-05	5,00E-07	3,18	0,01

Entonces, su representación gráfica se vería tal que:



Y para calcular su mismo valor operamos con la tabla anterior de la siguiente manera:

$\Delta V$ (V)	$I$ (A)	$V^2$ (V)	$I^2$ (A)	$V \cdot I$	$(V-R \cdot I)^2$
1,00E-06	0	1,00E-12	0	0,00E+00	1,00E-12
2,00E-06	0,19	4,00E-12	0,0361	3,80E-07	5,51E-15
5,00E-06	0,39	2,50E-11	0,1521	1,95E-06	5,51E-13
7,00E-06	0,59	4,90E-11	0,3481	4,13E-06	3,12E-13
9,00E-06	0,79	8,10E-11	0,6241	7,11E-06	1,41E-13
1,15E-05	0,99	1,32E-10	0,9801	1,14E-05	4,79E-13
1,35E-05	1,19	1,82E-10	1,4161	1,61E-05	2,59E-13
1,50E-05	1,38	2,25E-10	1,9044	2,07E-05	4,31E-15
1,70E-05	1,58	2,89E-10	2,4964	2,69E-05	6,20E-14

1,90E-05	1,78	3,61E-10	3,1684	3,38E-05	1,87E-13
2,10E-05	1,98	4,41E-10	3,9204	4,16E-05	3,79E-13
2,35E-05	2,18	5,52E-10	4,7524	5,12E-05	8,96E-14
2,60E-05	2,38	6,76E-10	5,6644	6,19E-05	2,98E-16
2,80E-05	2,58	7,84E-10	6,6564	7,22E-05	2,76E-14
3,00E-05	2,78	9,00E-10	7,7284	8,34E-05	1,22E-13
3,30E-05	2,98	1,09E-09	8,8804	9,83E-05	2,18E-13
3,50E-05	3,18	1,23E-09	10,1124	1,11E-04	8,04E-14
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
2,97E-04	2,69E+01	7,02E-09	5,88E+01	6,42E-04	3,92E-12

Así, el valor de la resistencia y por tanto resistividad vendría dado, con las operaciones dichas anteriormente, por:

R	s	s(R)	r
1,09E-05	4,94876E-07	6,45E-08	1,00E+00

La constante de regresión lineal es, en este caso, también muy buena, ya que el propio Excel lo aproxima a 1 de lo cercano a este que debe ser.

Y de siguiente manera, resistividad del Cobre:

ρ	s(ρ)
1,70E-08	1,36145E-09

Que podríamos escribir como:

$$\rho(Cu) = (1,70 \pm 0,14) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

## Parte 2

### •Cobre

Como ya se mencionó antes, mantendremos Intensidades constantes (aproximadamente 2,5 , 3 y 3,5 Amperios) y variaremos L (longitud entre bornes donde medimos la diferencia de potencial) 9 veces entre 3,5 y 31,5 cm. También se repetirá, que, como tengo apuntado en la libreta de laboratorio, los valores y resultados son malos, dicho como está anotado: “Valores Malos, se descalibra fácil”. También que decir que el valor de la superficie transversal sigue siendo el mismo.

S (m <sup>2</sup> )	s(S) (m <sup>2</sup> )
4,91E-04	3,93E-05

Dicho eso, las medidas obtenidas:

I (A)	s(I) (A)	L (m)	s(L) m	ΔV (V)	s(ΔV) (V)
2,49	0,01	3,50E-02	1,00E-03	9,00E-06	2,00E-06

2,49	0,01	7,00E-02	1,00E-03	1,00E-05	2,00E-06
2,49	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,30E-05	1,00E-06
2,49	0,01	1,40E-01	1,00E-03	1,50E-05	1,00E-06
2,49	0,01	1,75E-01	1,00E-03	1,10E-05	2,00E-06
2,49	0,01	2,10E-01	1,00E-03	1,80E-05	2,00E-06
2,49	0,01	2,45E-01	1,00E-03	2,50E-05	3,00E-06
2,49	0,01	2,80E-01	1,00E-03	3,30E-05	3,00E-06
2,49	0,01	3,15E-01	1,00E-03	3,00E-05	2,00E-06
2,98	0,01	3,50E-02	1,00E-03	4,00E-06	4,00E-06
2,98	0,01	7,00E-02	1,00E-03	5,00E-06	3,00E-06
2,98	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,10E-05	4,00E-06
2,98	0,01	1,40E-01	1,00E-03	1,50E-05	3,00E-06
2,98	0,01	1,75E-01	1,00E-03	1,80E-05	4,00E-06
2,98	0,01	2,10E-01	1,00E-03	2,00E-05	3,00E-06
2,98	0,01	2,45E-01	1,00E-03	2,40E-05	4,00E-06
2,98	0,01	2,80E-01	1,00E-03	2,70E-05	4,00E-06
2,98	0,01	3,15E-01	1,00E-03	3,30E-05	5,00E-06
3,48	0,01	3,50E-02	1,00E-03	-5,00E-06	5,00E-06
3,48	0,01	7,00E-02	1,00E-03	-1,00E-06	3,00E-06
3,48	0,01	1,05E-01	1,00E-03	6,00E-06	4,00E-06
3,48	0,01	1,40E-01	1,00E-03	1,00E-05	3,00E-06
3,48	0,01	1,75E-01	1,00E-03	1,50E-05	5,00E-06
3,48	0,01	2,10E-01	1,00E-03	2,10E-05	4,00E-06
3,48	0,01	2,45E-01	1,00E-03	2,60E-05	4,00E-06
3,48	0,01	2,80E-01	1,00E-03	2,90E-05	4,00E-06
3,48	0,01	3,15E-01	1,00E-03	3,10E-05	4,00E-06

Pero, como dijimos en el punto 3, no representamos directamente V frente a L aún, ya que podemos ver que multiplicándolo por constantes obtenemos de pendiente la resistividad:

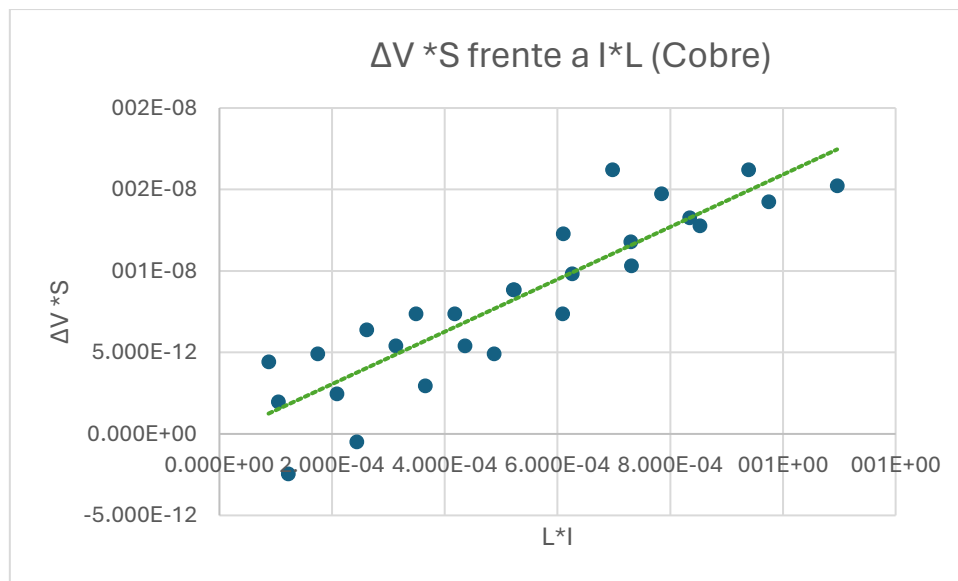
$$\left\{ \begin{array}{l} V = I \cdot R \\ \rho = \frac{R \cdot S}{L} \end{array} \right. \rightarrow V = I \cdot \rho \cdot \frac{L}{S} \rightarrow \frac{V}{L} = \frac{I \cdot \rho}{S} \rightarrow \frac{V \cdot S}{L \cdot I} = \rho$$

Así es que operamos para encontrarnos con esto y aplicamos las operaciones que facilitarán la regresión lineal:

$\Delta V \cdot S$	$L \cdot I$	$(\Delta V \cdot S)^2$	$(L \cdot I)^2$	$(\Delta V \cdot S) \cdot (L \cdot I)$	$(y - a - b \cdot x)^2$	$(y - b \cdot x)^2$
4,42E-09	8,72E-02	1,95E-17	7,60E-03	3,85E-10	1,01E-17	9,23E-18
4,91E-09	1,74E-01	2,41E-17	3,04E-02	8,56E-10	5,11E-18	4,61E-18
6,38E-09	2,61E-01	4,07E-17	6,84E-02	1,67E-09	5,44E-18	5,02E-18
7,36E-09	3,49E-01	5,42E-17	1,22E-01	2,57E-09	3,67E-18	3,39E-18
5,40E-09	4,36E-01	2,92E-17	1,90E-01	2,35E-09	2,10E-18	2,26E-18
8,84E-09	5,23E-01	7,81E-17	2,73E-01	4,62E-09	3,44E-19	3,05E-19
1,23E-08	6,10E-01	1,51E-16	3,72E-01	7,49E-09	6,88E-18	6,80E-18
1,62E-08	6,97E-01	2,62E-16	4,86E-01	1,13E-08	2,65E-17	2,66E-17
1,47E-08	7,84E-01	2,17E-16	6,15E-01	1,16E-08	5,18E-18	5,30E-18
1,96E-09	1,04E-01	3,86E-18	1,09E-02	2,05E-10	1,94E-19	9,69E-20
2,45E-09	2,09E-01	6,02E-18	4,35E-02	5,12E-10	5,54E-19	7,22E-19

5,40E-09	3,13E-01	2,92E-17	9,79E-02	1,69E-09	2,76E-19	1,96E-19
7,36E-09	4,17E-01	5,42E-17	1,74E-01	3,07E-09	6,60E-19	5,69E-19
8,84E-09	5,22E-01	7,81E-17	2,72E-01	4,61E-09	3,71E-19	3,30E-19
9,82E-09	6,26E-01	9,64E-17	3,92E-01	6,14E-09	7,19E-21	9,14E-21
1,18E-08	7,30E-01	1,39E-16	5,33E-01	8,60E-09	4,12E-20	4,65E-20
1,33E-08	8,34E-01	1,76E-16	6,96E-01	1,11E-08	1,32E-25	1,31E-21
1,62E-08	9,39E-01	2,62E-16	8,81E-01	1,52E-08	1,61E-18	1,77E-18
-2,45E-09	1,22E-01	6,02E-18	1,48E-02	-2,99E-10	1,81E-17	1,92E-17
-4,91E-10	2,44E-01	2,41E-19	5,93E-02	-1,20E-10	1,81E-17	1,89E-17
2,95E-09	3,65E-01	8,67E-18	1,34E-01	1,08E-09	7,69E-18	8,08E-18
4,91E-09	4,87E-01	2,41E-17	2,37E-01	2,39E-09	7,65E-18	7,89E-18
7,36E-09	6,09E-01	5,42E-17	3,71E-01	4,48E-09	5,15E-18	5,22E-18
1,03E-08	7,31E-01	1,06E-16	5,34E-01	7,53E-09	1,64E-18	1,61E-18
1,28E-08	8,53E-01	1,63E-16	7,27E-01	1,09E-08	6,14E-19	5,52E-19
1,42E-08	9,74E-01	2,03E-16	9,49E-01	1,39E-08	1,61E-18	1,44E-18
1,52E-08	1,10E+00	2,32E-16	1,20E+00	1,67E-08	5,03E-18	4,61E-18
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
2,22E-07	1,41E+01	2,52E-15	9,49E+00	1,50E-07	1,35E-16	1,35E-16

Así que, representando gráficamente vemos puntos más dispersos que alineados:



Aquí nos encontramos ante la duda de si la recta pasa por el origen de coordenadas, por tanto, calculamos la regresión lineal con dos variables para ver si la posterior aproximación es válida (que es lo que ocurre en la realidad):

a	b	s	s(a)
-1,53E-10	1,61E-08	2,3205E-09	9,42E-10

Como sí que podemos aproximar  $a \cong 0$  ya que  $a = (-1,53 \pm 9,42) \cdot 10^{-10}$  incluye al posible valor 0, y esto supondremos ya que es lo físicamente real. Entonces, cambiando a una variable sin término independiente:

b	s	s(b)	r
---	---	------	---

1,58E-08 2,27659E-09 7,39E-10 9,73E-01

Hasta aquí aparentemente todo bien, pero no, no todos los valores son igual de válidos, así que lo mostrado hasta ahora de estas medidas queda invalidado de momento.

Al ser medidas tan malas debemos filtrarlas. Esto lo haremos calculando la media de la resistividad por cada conjunto de valores asociados a la medida. Luego, calculando la desviación típica, buscaremos todos aquellos valores de  $\rho$  que estén a una distancia menor o igual a  $k \cdot s(a)$  para  $k=2$  (que nos da una probabilidad del 95%). Dicho esto, con los valores necesarios excluidos, volvemos a calcular la media y la desviación típica de la media y calculamos la incertidumbre combinada con la de tipo b y la recién calculada desviación típica de la media. Aquí ya tendremos un intervalo de resultado, pero a mayores haremos una regresión lineal con los valores no excluidos, veremos que en este caso los resultados varían ligeramente frente a la regresión (recordemos que no válida, pero para mostrar el proceso se dejó) que ya hicimos.

A mayores, para calcular la incertidumbre de tipo b, como para cada medida tomamos una incertidumbre distinta, he optado por (a falta de conocimientos), calcular la media de tales incertidumbres y usar ese valor. Eso sí, para obtener este tipo de incertidumbre seguiremos la, ya simplificada, fórmula:

$$s(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{L \cdot I}\right)^2 \cdot [s^2(S) + \left(\frac{S}{L}\right)^2 \cdot s^2(L) + \left(\frac{S}{I}\right)^2 \cdot s^2(I) + \left(\frac{S}{\Delta V}\right)^2 \cdot s^2(\Delta V)]}$$

Tendríamos la siguiente tabla, con dos valores excluidos respecto a la primera muestra:

V*S/L*I	s(V*S/L*I)
2,82E-08	3,7701E-08
2,44E-08	1,6868E-08
2,11E-08	1,368E-08
1,24E-08	1,5271E-08
1,69E-08	1,4359E-08
2,01E-08	1,8002E-08
2,32E-08	1,7462E-08
1,88E-08	1,2137E-08
1,88E-08	1,6778E-07
1,18E-08	6,3265E-08
1,73E-08	5,7079E-08
1,76E-08	3,3783E-08
1,69E-08	3,555E-08
1,57E-08	2,3697E-08
1,61E-08	2,6502E-08
1,59E-08	2,3759E-08
1,73E-08	2,6266E-08
-2,02E-09	7,3237E-08
8,06E-09	6,555E-08
1,01E-08	3,7896E-08
1,21E-08	5,0202E-08

1,41E-08	3,5304E-08
1,50E-08	3,1448E-08
1,46E-08	2,8223E-08
1,39E-08	2,5533E-08

Y con ello obtendríamos de resultado:

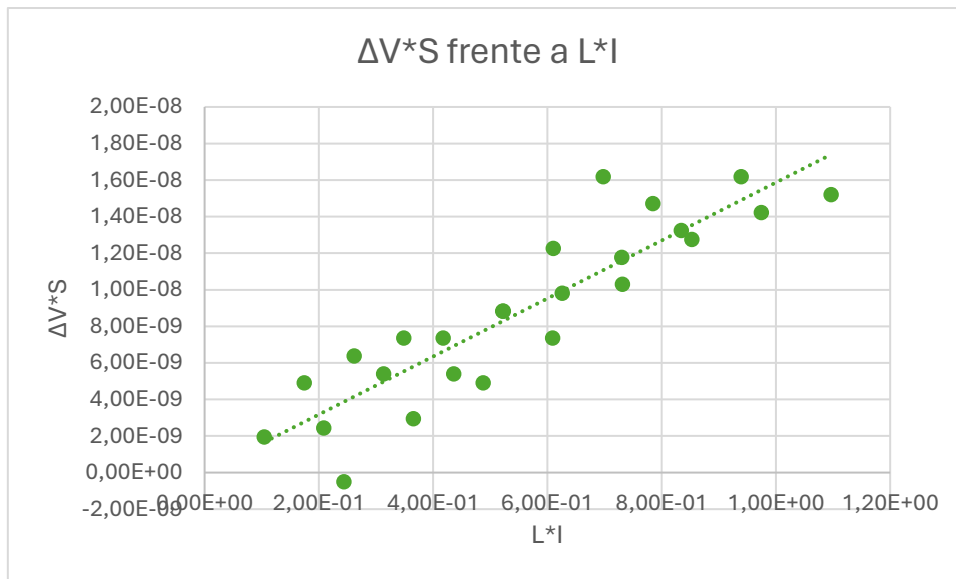
Media X	s(b)	s(a)	s(c)
1,59E-08	3,8991E-08	1,1672E-09	3,9009E-08

Lo único sospechoso es, no el resultado, sino la incertidumbre combinada que parece muy elevada. Quizás es fallo de cálculos en la tabla, aunque lo he revisado. Bien podría ser también ya que depende de 4 variables que tuvieron márgenes de error entre normales y elevados.

Da paso a la nueva gráfica y sus valores de recta, que serían los siguientes:

$\Delta V * S$	$L * I$	$(\Delta V * S)^2$	$(L * I)^2$	$(\Delta V * S) * (L * I)$	$(y - a - b * x)^2$	$(y - b * x)^2$
4,91E-09	1,74E-01	2,41E-17	3,04E-02	8,56E-10	5,11E-18	4,61E-18
6,38E-09	2,61E-01	4,07E-17	6,84E-02	1,67E-09	5,44E-18	5,02E-18
7,36E-09	3,49E-01	5,42E-17	1,22E-01	2,57E-09	3,67E-18	3,39E-18
5,40E-09	4,36E-01	2,92E-17	1,90E-01	2,35E-09	2,10E-18	2,26E-18
8,84E-09	5,23E-01	7,81E-17	2,73E-01	4,62E-09	3,44E-19	3,05E-19
1,23E-08	6,10E-01	1,51E-16	3,72E-01	7,49E-09	6,88E-18	6,80E-18
1,62E-08	6,97E-01	2,62E-16	4,86E-01	1,13E-08	2,65E-17	2,66E-17
1,47E-08	7,84E-01	2,17E-16	6,15E-01	1,16E-08	5,18E-18	5,30E-18
1,96E-09	1,04E-01	3,86E-18	1,09E-02	2,05E-10	1,94E-19	9,69E-20
2,45E-09	2,09E-01	6,02E-18	4,35E-02	5,12E-10	5,54E-19	7,22E-19
5,40E-09	3,13E-01	2,92E-17	9,79E-02	1,69E-09	2,76E-19	1,96E-19
7,36E-09	4,17E-01	5,42E-17	1,74E-01	3,07E-09	6,60E-19	5,69E-19
8,84E-09	5,22E-01	7,81E-17	2,72E-01	4,61E-09	3,71E-19	3,30E-19
9,82E-09	6,26E-01	9,64E-17	3,92E-01	6,14E-09	7,19E-21	9,14E-21
1,18E-08	7,30E-01	1,39E-16	5,33E-01	8,60E-09	4,12E-20	4,65E-20
1,33E-08	8,34E-01	1,76E-16	6,96E-01	1,11E-08	1,32E-25	1,31E-21
1,62E-08	9,39E-01	2,62E-16	8,81E-01	1,52E-08	1,61E-18	1,77E-18
-4,91E-10	2,44E-01	2,41E-19	5,93E-02	-1,20E-10	1,81E-17	1,89E-17
2,95E-09	3,65E-01	8,67E-18	1,34E-01	1,08E-09	7,69E-18	8,08E-18
4,91E-09	4,87E-01	2,41E-17	2,37E-01	2,39E-09	7,65E-18	7,89E-18
7,36E-09	6,09E-01	5,42E-17	3,71E-01	4,48E-09	5,15E-18	5,22E-18
1,03E-08	7,31E-01	1,06E-16	5,34E-01	7,53E-09	1,64E-18	1,61E-18
1,28E-08	8,53E-01	1,63E-16	7,27E-01	1,09E-08	6,14E-19	5,52E-19
1,42E-08	9,74E-01	2,03E-16	9,49E-01	1,39E-08	1,61E-18	1,44E-18
1,52E-08	1,10E+00	2,32E-16	1,20E+00	1,67E-08	5,03E-18	4,61E-18
$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$
2,20E-07	1,39E+01	2,49E-15	9,47E+00	1,50E-07	1,06E-16	1,06E-16

Siendo así la gráfica y sus resultados:



b	s	s(b)	r
1,59E-08	2,10468E-09	6,84E-10	9,78E-01

Que serían valores más realistas y con una aproximación mejorada ya que pasamos de tener una constante de regresión lineal de 0,973 a 0,978.

Esto es, en resumen, una resistividad de la siguiente forma, aunque de valor sospechoso ya que la constante de regresión lineal es 0,978 lo cual, no olvidemos, es una muy mala aproximación a los puntos, pero porque los puntos son a su vez muy malos.

Siendo esos los datos en crudo, y usando tres cifras significativas, los dos resultados serían:

$$\rho(Cu)_2 = (1,59 \pm 0,07) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

$$\rho(Cu)_2 = (1,59 \pm 3,90) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

### •Aluminio

Mantenemos constante de superficie al igual que en todos los casos anteriores.

S	s(S)
4,91E-04	3,93E-05

Y esta vez, para la barra de aluminio tenemos los siguientes datos que hemos obtenido:

I (A)	s(I) (A)	L (m)	s(L) m	ΔV (V)	s(ΔV) (V)
2,48	0,01	3,50E-02	1,00E-03	6,00E-06	4,00E-06
2,48	0,01	7,00E-02	1,00E-03	1,00E-05	5,00E-06
2,48	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,40E-05	5,00E-06
2,48	0,01	1,40E-01	1,00E-03	1,70E-05	6,00E-06

2,48	0,01	1,75E-01	1,00E-03	1,70E-05	4,00E-06
2,48	0,01	2,10E-01	1,00E-03	2,00E-05	5,00E-06
2,48	0,01	2,45E-01	1,00E-03	2,30E-05	4,00E-06
2,48	0,01	2,80E-01	1,00E-03	2,50E-05	6,00E-06
2,48	0,01	3,15E-01	1,00E-03	3,20E-05	3,00E-06
2,98	0,01	3,50E-02	1,00E-03	2,00E-06	4,00E-06
2,98	0,01	7,00E-02	1,00E-03	6,00E-06	4,00E-06
2,98	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,10E-05	5,00E-06
2,98	0,01	1,40E-01	1,00E-03	2,00E-05	7,00E-06
2,98	0,01	1,75E-01	1,00E-03	2,50E-05	8,00E-06
2,98	0,01	2,10E-01	1,00E-03	2,90E-05	3,00E-06
2,98	0,01	2,45E-01	1,00E-03	3,70E-05	3,00E-06
2,98	0,01	2,80E-01	1,00E-03	4,00E-05	3,00E-06
2,98	0,01	3,15E-01	1,00E-03	4,50E-05	3,00E-06
3,48	0,01	3,50E-02	1,00E-03	2,00E-06	5,00E-06
3,48	0,01	7,00E-02	1,00E-03	9,00E-06	5,00E-06
3,48	0,01	1,05E-01	1,00E-03	1,60E-05	4,00E-06
3,48	0,01	1,40E-01	1,00E-03	2,80E-05	5,00E-06
3,48	0,01	1,75E-01	1,00E-03	2,70E-05	5,00E-06
3,48	0,01	2,10E-01	1,00E-03	3,50E-05	5,00E-06
3,48	0,01	2,45E-01	1,00E-03	4,80E-05	5,00E-06
3,48	0,01	2,80E-01	1,00E-03	5,30E-05	4,00E-06
3,48	0,01	3,15E-01	1,00E-03	5,90E-05	5,00E-06

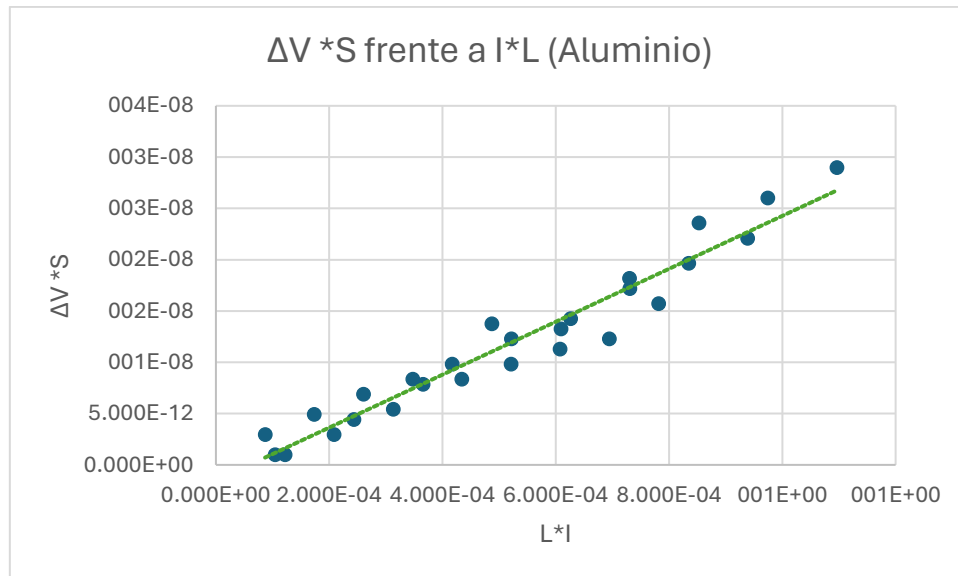
En este caso, pese a que son datos también malos, no excluimos datos una vez hechos los mismos cálculos que en el apartado anterior, la razón es que todos los datos son igual de malos y dispersos (recordemos que en el apartado anterior también, pero había dos valores que, matemáticamente sobresalían).

Y, al igual que antes, para representar y calcular gráficamente, multiplicaremos por  $\frac{S}{I}$  para la relación de  $\rho$ :

$\Delta V * S$	$L * I$	$(\Delta V * S)^2$	$(L * I)^2$	$(\Delta V * S) * (L * I)$	$(y - a - b * x)^2$	$(y - b * x)^2$
2,95E-09	8,68E-02	8,67E-18	7,53E-03	2,56E-10	2,90E-18	2,47E-18
4,91E-09	1,74E-01	2,41E-17	3,01E-02	8,52E-10	5,16E-18	4,66E-18
6,87E-09	2,60E-01	4,72E-17	6,78E-02	1,79E-09	8,07E-18	7,55E-18
8,34E-09	3,47E-01	6,96E-17	1,21E-01	2,90E-09	8,52E-18	8,09E-18
8,34E-09	4,34E-01	6,96E-17	1,88E-01	3,62E-09	2,32E-18	2,16E-18
9,82E-09	5,21E-01	9,64E-17	2,71E-01	5,11E-09	2,57E-18	2,46E-18
1,13E-08	6,08E-01	1,27E-16	3,69E-01	6,86E-09	2,82E-18	2,77E-18
1,23E-08	6,94E-01	1,51E-16	4,82E-01	8,52E-09	1,61E-18	1,62E-18
1,57E-08	7,81E-01	2,47E-16	6,10E-01	1,23E-08	1,09E-17	1,11E-17
9,82E-10	1,04E-01	9,64E-19	1,09E-02	1,02E-10	2,93E-19	4,49E-19
2,95E-09	2,09E-01	8,67E-18	4,35E-02	6,14E-10	6,43E-20	1,29E-19
5,40E-09	3,13E-01	2,92E-17	9,79E-02	1,69E-09	2,76E-19	1,96E-19
9,82E-09	4,17E-01	9,64E-17	1,74E-01	4,10E-09	1,07E-17	1,03E-17
1,23E-08	5,22E-01	1,51E-16	2,72E-01	6,40E-09	1,64E-17	1,61E-17
1,42E-08	6,26E-01	2,03E-16	3,92E-01	8,91E-09	1,88E-17	1,87E-17

1,82E-08	7,30E-01	3,30E-16	5,33E-01	1,33E-08	4,34E-17	4,35E-17
1,96E-08	8,34E-01	3,86E-16	6,96E-01	1,64E-08	4,07E-17	4,12E-17
2,21E-08	9,39E-01	4,88E-16	8,81E-01	2,07E-08	5,13E-17	5,21E-17
9,82E-10	1,22E-01	9,64E-19	1,48E-02	1,20E-10	6,76E-19	8,98E-19
4,42E-09	2,44E-01	1,95E-17	5,93E-02	1,08E-09	4,31E-19	3,13E-19
7,85E-09	3,65E-01	6,17E-17	1,34E-01	2,87E-09	4,56E-18	4,27E-18
1,37E-08	4,87E-01	1,89E-16	2,37E-01	6,70E-09	3,68E-17	3,63E-17
1,33E-08	6,09E-01	1,76E-16	3,71E-01	8,07E-09	1,31E-17	1,30E-17
1,72E-08	7,31E-01	2,95E-16	5,34E-01	1,26E-08	3,13E-17	3,14E-17
2,36E-08	8,53E-01	5,55E-16	7,27E-01	2,01E-08	1,00E-16	1,01E-16
2,60E-08	9,74E-01	6,77E-16	9,49E-01	2,54E-08	1,11E-16	1,12E-16
2,90E-08	1,10E+00	8,39E-16	1,20E+00	3,17E-08	1,32E-16	1,34E-16
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
3,22E-07	1,41E+01	5,34E-15	9,48E+00	2,23E-07	6,57E-16	6,59E-16

Con esto representado, tenemos una gráfica menos escopeteada y más alineada que en la anterior:



Y haciendo las respectivas operaciones:

a	b	s	s(a)
-1,53E-09	2,58E-08	5,1252E-09	2,08E-09

Tenemos que  $a = (-1,53 \pm 2,08) \cdot 10^{-9} \Omega \cdot m$ , aproximable a 0 tal que  $a \cong 0$  al estar en su rango, por ello podemos operar sin término independiente y tendríamos:

b	s	s(b)	r
2,35E-08	5,03587E-09	1,64E-09	9,91E-01

Esto sería:

$$\rho(Al)_2 = (2,35 \pm 0,16) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

Aunque también debemos tener en cuenta el valor de  $b$  si  $a \neq 0$  que estaría en torno a  $2,58 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ .

## 5. Conclusión

Los resultados generales recopilados serían:

	$\rho(Al) (\Omega \cdot m)$	$\rho(Cu) (\Omega \cdot m)$
Parte 1	$(2,65 \pm 0,22) \cdot 10^{-8}$	$(1,70 \pm 0,14) \cdot 10^{-8}$
Parte 2	$(2,35 \pm 0,16) \cdot 10^{-8}$	$(1,59 \pm 0,07) \cdot 10^{-8}$ $(1,59 \pm 3,90) \cdot 10^{-8}$

Estos son los resultados, pero es obvio que no son igual de válidos al observar los datos en sí. Diría que, por la forma de la recta, su constante de regresión lineal y la percepción personal, los resultados de la Parte 1 serían más confiables que los de la Parte 2, ya que estos últimos provienen de terrenos caóticos y más dispersos. Aún así, para cada material, hay rangos en los que coinciden para los resultados de tanto la Parte 1 y Parte 2, por lo que, pese a ser resultados generales malos no son terroríficos, deberían servir más que de sobra para operaciones generales o aproximaciones.

Compararemos ahora con valores reales para esos materiales:

$\rho(Al) (\Omega \cdot m)$	$\rho(Cu) (\Omega \cdot m)$
$2,65 \cdot 10^{-8}$	$1,68 \cdot 10^{-8}$

Al ver estos valores reales, vemos que en la Parte 1, para ambos hicimos mediciones excelentes, sin embargo, comparando con la Parte 2, para el aluminio tendríamos una medida bastante mala pero para el cobre, sorprendentemente (o por suerte) solo mala aunque uno de los valores tiene una incertidumbre desorbitada. En conclusión, hemos llegado a unos valores bastante buenos y en algunos casos excelentes.

## 6. Bibliografía

- *Український державний університет науки і технологій : Інститут промислових та бізнес технологій : Головна* : (s. f.). [http://www.dmeti.dnepropetrovsk.ua/file/hand-book\\_of\\_physics.pdf](http://www.dmeti.dnepropetrovsk.ua/file/hand-book_of_physics.pdf)
- Wikipedia contributors. (2024, 26 marzo). *Electrical resistivity and conductivity*. Wikipedia. [https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical\\_resistivity\\_and\\_conductivity](https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical_resistivity_and_conductivity)

Alfredo Amigo (no papá)

### Medida de pequeñas Resistencias

Ley de Ohm:  $\Delta V = I R$

Verificar en la fuente de alimentación la intensidad. (del 0.2 a 3.5)

25 sec. en cada punto

Lo mismo en ambas

Tomaron 17 medidas desde 0 a 3.4 A (del punto de 0.2 a 3.4)

$R = \rho \frac{L}{S}$

PARTE 1

Fecha: 16 de octubre de 2011

Valor real: 24V

Tabla de la medida

$\Delta V$ (mV)	I (A)	$\Delta V$ (mV)
<del>1.1 ± 1</del>	0	
<del>2.1 ± 1</del>	0.19 ± 0.01	
<del>3.1 ± 1</del>	0.39 ± 0.01	
<del>4.1 ± 1</del>	0.53 ± 0.01	
<del>5.1 ± 1</del>	0.79 ± 0.01	
<del>6.1 ± 1</del>	0.99 ± 0.01	
8.19 ± 0.5	1.17 ± 0.01	
2.3 ± 1	1.39 ± 0.01	
2.6 ± 1	1.59 ± 0.01	
3.0 ± 0.5	1.78 ± 0.01	
3.3 ± 0.5	1.99 ± 0.01	
3.7 ± 1	2.19 ± 0.01	
4.0 ± 0.5	2.38 ± 0.01	
4.5 ± 0.5	2.58 ± 0.01	
4.8 ± 0.5	2.78 ± 0.01	
5.5 ± 0.5	2.98 ± 0.01	
5.5 ± 0.5	3.18 ± 0.01	

ALUMINIO

$\Delta V$ (mV)	I (A)	$\Delta V$ (mV)
-2 ± 2	0	
-1 ± 1	0.19 ± 0.01	
0.5 ± 0.5	0.39 ± 0.01	
2.5 ± 0.5	0.59 ± 0.01	
5 ± 0.5	0.79 ± 0.01	
6.7 ± 0.5	0.99 ± 0.01	
2.1 ± 0.5	1.19 ± 0.01	
11 ± 0.5	1.38 ± 0.01	
1.9 ± 1	1.58 ± 0.01	
1.5 ± 1	1.78 ± 0.01	

COBRE

Fecha: 16 de octubre de 2011

$\Delta V$ (mV)	I (A)	$\Delta V$ (mV)
1 ± 1	0 ± 0.01	
2 ± 1	0.19 ± 0.01	
5 ± 0.5	0.39 ± 0.01	
7 ± 0.5	0.59 ± 0.01	
9 ± 0.5	0.79 ± 0.01	
11.5 ± 0.5	0.99 ± 0.01	
13.5 ± 0.5	1.19 ± 0.01	
15 ± 0.5	1.38 ± 0.01	
17 ± 0.5	1.58 ± 0.01	
19 ± 0.5	1.78 ± 0.01	
21 ± 0.5	1.98 ± 0.01	
23.5 ± 0.5	2.18 ± 0.01	
26 ± 0.5	2.38 ± 0.01	
28 ± 0.5	2.58 ± 0.01	
30 ± 1	2.78 ± 0.01	
33 ± 1	2.98 ± 0.01	
35 ± 0.5	3.18 ± 0.01	

PARTE 2

$\Delta V = IR = I \cdot \frac{L}{S} \cdot \rho$

$L = 2500 \text{ cm}$

$\rho = 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$

**COPRE**

Valores Medios se dan de los 10

I (A)	L (cm)	$\Delta V$ (mV)
2,49	3,5	9 ± 2
2,49	7,0	18 ± 2
2,49	10,5	27 ± 1
2,49	14	35 ± 1
2,49	17,5	43 ± 2
2,49	21	51 ± 2
2,49	24,5	59 ± 3
2,49	28	67 ± 3
2,49	31,5	75 ± 2
2,98	3,5	9 ± 4
2,98	7,0	18 ± 3
2,98	10,5	27 ± 4
2,98	14	35 ± 3
2,98	17,5	43 ± 4
2,98	21	51 ± 3
2,98	24,5	59 ± 4
2,98	28	67 ± 4
2,98	31,5	75 ± 5
3,48	3,5	12 ± 5
3,48	7	24 ± 3

3,48	10,5	36 ± 4
3,48	14	48 ± 3
3,48	17,5	60 ± 5
3,48	21	72 ± 4
3,48	24,5	84 ± 4
3,48	28	96 ± 4
3,48	31,5	108 ± 4

**ALUMINIO**

Amplitud 10<sup>5</sup>

I (A)	L (cm)	$\Delta V$ (mV)
2,48	3,5	6 ± 4
2,48	7,0	10 ± 5
2,48	10,5	14 ± 5
2,48	14,0	17 ± 6
2,48	17,5	21 ± 4
2,48	21	25 ± 5
2,48	24,5	29 ± 4
2,48	28,0	33 ± 6
2,48	31,5	37 ± 3
2,98	3,5	7 ± 4
2,98	7,0	14 ± 4
2,98	10,5	21 ± 5
2,98	14,0	28 ± 7
2,98	17,5	35 ± 8
2,98	21,0	42 ± 3
2,98	24,5	49 ± 3
2,98	28,0	56 ± 3
2,98	31,5	63 ± 3
3,48	3,5	9 ± 5
3,48	7,0	18 ± 5

3,48	10,5	27 ± 4
3,48	14,0	36 ± 5
3,48	17,5	45 ± 5
3,48	21,0	54 ± 5
3,48	24,5	63 ± 5
3,48	28,0	72 ± 4
3,48	31,5	81 ± 5

Objetos y procedimiento  
Datos  
Tratamiento de datos

Técnicas Experimentales I

Laboratorio Básico

# **Práctica 4:**

# **Momento de Inercia**

*Pedro Martínez Caamaño*

## 1• Objetivos

Aplicando la teoría conocida del concepto de momento de inercia, asociado a los cuerpos físicos en el que se mide la distribución de masa a través del eje en el que rote. Como ya sabemos, el momento de inercia depende de la masa del cuerpo, la distribución de esta en su figura y la geometría asociada a tal, así como el punto desde el cual evaluemos. En esta práctica, sin embargo, usaremos elementos a evaluar con densidad uniforme y figuras de geometría sencilla.

Dividiremos la práctica en tres partes, acorde a objetivos diferentes, pero todos del mismo tema:

- 1) Hallar la constante del resorte (muelle) que nos dará la periodicidad de rotación de los elementos situados sobre el soporte que el muelle gobierna.
- 2) Calcular y comparar el momento de inercia teórico y experimental de dos objetos, un cilindro hueco de paredes no despreciables y una esfera rígida en nuestro caso.
- 3) Verificar el Teorema de Steiner en dos objetos, una barra sólida y un disco, variando la distancia al centro de masas.

Como objetivos indirectos, destaca el habituarse al material y disciplina de trabajo de laboratorio, así como el uso de elementos nuevos (en nuestro caso el cronómetro automático).

## 2• Material

Los materiales que utilizaremos, cuyas propiedades (masa o dimensiones) trataremos en sus respectivos apartados, serán los siguientes:

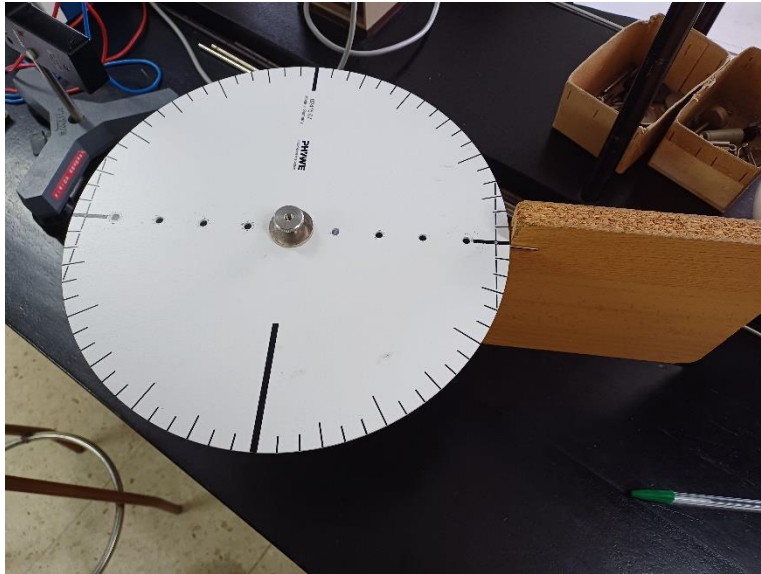
- Soporte giratorio con un muelle de torsión.
- Balanza de precisión.
- Cronómetro automático con sensor fotoeléctrico.
- Regla de medir.
- Elementos auxiliares (no fundamentales pero que ayudarán en la toma de medidas, como las dos tablas de madera para medir distancia en objetos o los plásticos huecos para tarar en la balanza).
- Dinamómetro.
- Disco perforado (con marcas señalando los ángulos), barra de metal (con marcas señalando distancias), esfera sólida y cilindro hueco. Estos, salvo la barra de metal, poseen unos salientes metálicos que serán detectados por el sensor fotoeléctrico.

## 3• Procedimiento

Al igual que dividimos los objetivos en tres, también su procedimiento, buscando cada parte su respectivo objetivo ya mencionado.

### Parte 1

Para hallar la constante del muelle, prepararemos el soporte (con el muelle) al que colocaremos el disco perforado por su centro geométrico y, respecto a un punto neutro de referencia, el de reposo del muelle, pero medido por el pitorro metálico que sobresale, en el que colocaremos una tabla de madera, tomaremos medidas.



*Uso de la tabla de madera para centrar el disco.*

Estas medidas serán hechas a intervalos regulares de ángulos y tomadas por el dinamómetro en su vector tangencial (del pitorro) con una distancia conocida al centro del disco (que, para ángulos pequeños y por tanto fuerzas pequeñas, será mayor ya que el propio dinamómetro hacia contacto con el disco y no permitía estar de forma totalmente tangencial a este). El principio se basa en la ecuación:

$$M_F = -D \cdot \Phi$$

Y en

$$M_F = F \cdot r$$

Por lo que:

$$D = -\frac{F \cdot r}{\Phi}$$

Siendo  $D$  la constante del muelle,  $F$  la fuerza lineal aplicada,  $r$  la distancia al centro,  $\Phi$  el ángulo y  $M_F$  el momento de la fuerza.

Para esta primera parte, cabe destacar que el disco posee 72 muescas, es decir, una muesca cada  $5^\circ$ , pero siendo el tamaño de esta muesca incluso inferior a  $1^\circ$ . Es por ello que la incertidumbre que tomaremos será de  $1^\circ$  y no de  $5^\circ$  porque creemos que es perfectamente viable y por ello lo comentamos.

Tras la toma de medidas, dispondremos los puntos de forma gráfica de M frente al ángulo en radianes y haremos una regresión lineal que nos dará el valor de la constante.

### Parte 2

Ahora, con el valor de D, calcularemos el momento de inercia de dos cuerpos: la esfera rígida y el cilindro hueco. Para ello tomaremos medidas de su semiperíodo al girar respecto a sus ejes a una distancia aproximada del reposo de 90°. También los pesaremos y encontraremos sus momentos de inercia aplicando:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$$

$$T_{1/2} = \frac{T}{2} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$$

Donde T es el período de rotación,  $T_{1/2}$  el semiperíodo, I el momento de inercia y D la constante del muelle. Así es que tendríamos:

$$I = D \cdot \frac{T_{1/2}^2}{\pi^2}$$

Que compararemos con los asociados a su geometría teórica:

Figura	Momento de Inercia (Kg*m <sup>2</sup> )
Cilindro hueco	$I = \frac{m}{2} \cdot (R_1^2 + R_2^2)$
Esfera	$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$

Donde m representa la masa total del objeto y R el radio de tal o el radio a una de sus caras (interna o externa en el cilindro).

Tras esto, tomaremos 15 medidas de cada y haremos la media y descartaremos datos que sobresalgan para así calcular el momento de inercia con su respectiva incertidumbre y comparar con el teórico.

### Parte 3

Toca ahora la parte más cansada (tomaremos 150 medidas en cada una de sus dos subpartes), que será verificar el Teorema de Steiner. Este teorema asocia el momento de inercia en un eje con la distancia del momento de inercia a otro eje paralelo mediante la conocida ecuación:

$$I' = I + m \cdot d^2$$

También sabiendo los datos teóricos:

Figura	Momento de Inercia (Kg*m <sup>2</sup> )
Disco	$I = \frac{m \cdot R^2}{2}$
Barra	$I = \frac{m \cdot L^2}{12}$

Con la información que obtengamos, descartaremos posibles datos excéntricos, haremos sus medias de semiperíodos y haremos una representación gráfica de  $I$  frente a  $d^2$  en la que, mediante regresión lineal, encontraremos el valor de la masa,  $m$  y el momento de inercial respecto a su centro de masas,  $I$ .

## 4. Datos y Análisis de Datos

Mostraremos ahora, para cada sección, los datos obtenidos y los procesos realizados para obtener los resultados.

### Parte 1

Para tener la constante del resorte, hemos tomado, para distintos ángulos, los datos registrados por el dinamómetro, con la precisión de este, así como la mencionada en el apartado 3 para los ángulos.

Antes, tomaremos la medida con la regla del radio del disco, que nos da  $15,0 \pm 0,1 \text{ cm}$

Los datos en bruto, de diez medidas, serían:

Ángulo (°)	s(Ángulo) (°)	Fuerza(N)	s(Fuerza) (N)
90	1	0,17	0,01
105	1	0,22	0,01
120	1	0,25	0,01
135	1	0,3	0,01
150	1	0,35	0,01
165	1	0,39	0,01
180	1	0,43	0,01
195	1	0,47	0,01
210	1	0,52	0,01
225	1	0,55	0,01

*Tabla con Ángulos y Fuerza.*

Ahora tendremos que pasar, para procesar esta información, los ángulos a radianes y calcular el momento de la fuerza con las ecuaciones y mencionadas y su incertidumbre de la siguiente forma:

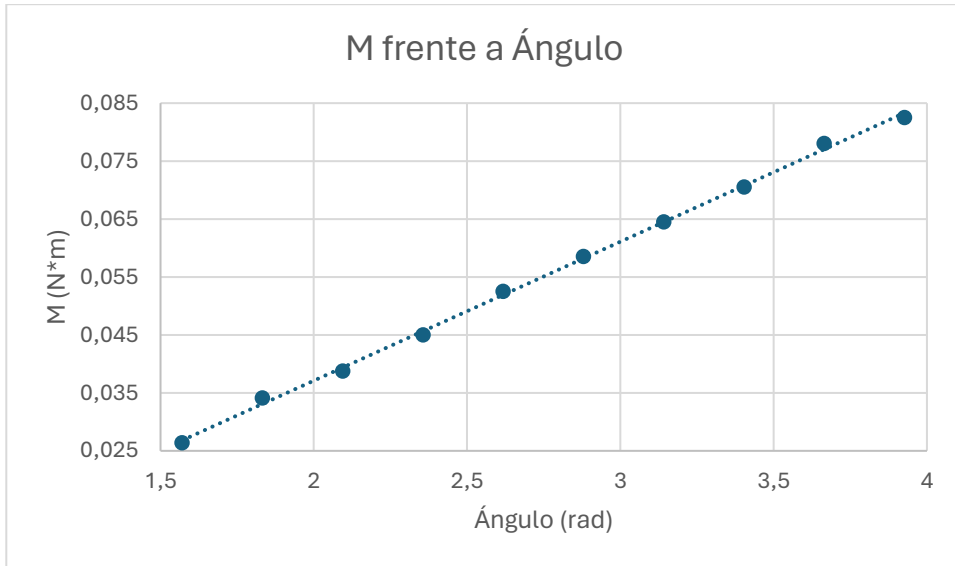
$$s(M) = \sqrt{r^2 \cdot s^2(F) + F^2 \cdot s^2(r)}$$

Por lo que, tendríamos de información procesada:

Ángulo (°)	s(Ángulo) (°)	Ángulo (rad)	s(Ángulo) (rad)	Fuerza(N)	s(Fuerza) (N)	M (N*m)	s(M) (N*m)	Radio (m)	s(Radio) (m)
90	1	1,57	0,02	0,17	0,01	0,0264	0,0016	0,155	0,0005
105	1	1,83	0,02	0,22	0,01	0,0341	0,0016	0,155	0,0005
120	1	2,09	0,02	0,25	0,01	0,0388	0,0016	0,155	0,0005
135	1	2,36	0,02	0,3	0,01	0,0450	0,0015	0,15	0,0005
150	1	2,62	0,02	0,35	0,01	0,0525	0,0015	0,15	0,0005
165	1	2,88	0,02	0,39	0,01	0,0585	0,0015	0,15	0,0005
180	1	3,14	0,02	0,43	0,01	0,0645	0,0015	0,15	0,0005
195	1	3,40	0,02	0,47	0,01	0,0705	0,0015	0,15	0,0005
210	1	3,67	0,02	0,52	0,01	0,0780	0,0015	0,15	0,0005
225	1	3,93	0,02	0,55	0,01	0,0825	0,0015	0,15	0,0005

Tabla con ángulos, fuerza, radio y Momento.

Si lo representamos gráficamente, el momento frente al ángulo, obtenemos:



Gráfica del Momento frente al Ángulo.

Cuya pendiente equivale a la constante del muelle, que, mediante regresión lineal podemos establecer como:

$$D = 0,02031 \pm 0,00033 \frac{N \cdot m}{rad}$$

Ya que hemos procesado hasta obtener:

b	s	s(b)	r
0,02031	0,00293	0,00033	0,99872

Regresión lineal aplicada.

Siendo b la pendiente de la recta, s(b) su incertidumbre y r la constante de regresión lineal asociada.

## Parte 2

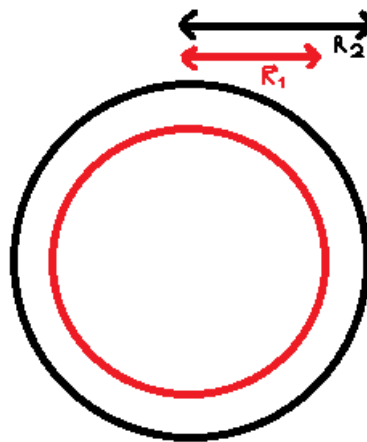
Toca calcular el momento de inercia de los dos objetos, iremos uno por uno, pero aplicando el mismo procedimiento.

### Cilindro Hueco

Con este objeto, cabe destacar que alterará los resultados al tener una especie de tornillo de agarre de dimensión considerable en su eje, pero extendido de forma semirregular más allá de este. Mencionado esto, procedemos a medir su masa y dimensiones.

Con la balanza, obtenemos que su peso sería:

$$m = 0,34983 \pm 0,00001 \text{ Kg}$$



Y sus dos radios serían, medidos con regla y su incertidumbre milimétrica:

$$R_1 = (4,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$R_2 = (5,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Con esto, resulta sencillo medir el valor teórico de su Momento de Inercia, dado por la fórmula mencionada en el apartado 3, obtendríamos:

$$I = \frac{m}{2} \cdot (R_1^2 + R_2^2) = 8,070 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$s(I) = \sqrt{(R_1 \cdot m)^2 \cdot s^2(R_1) + (R_2 \cdot m)^2 \cdot s^2(R_2) + \left(\frac{R_1^2 + R_2^2}{2}\right)^2 \cdot s^2(m)} = 2,38 \cdot 10^{-5} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Ósea

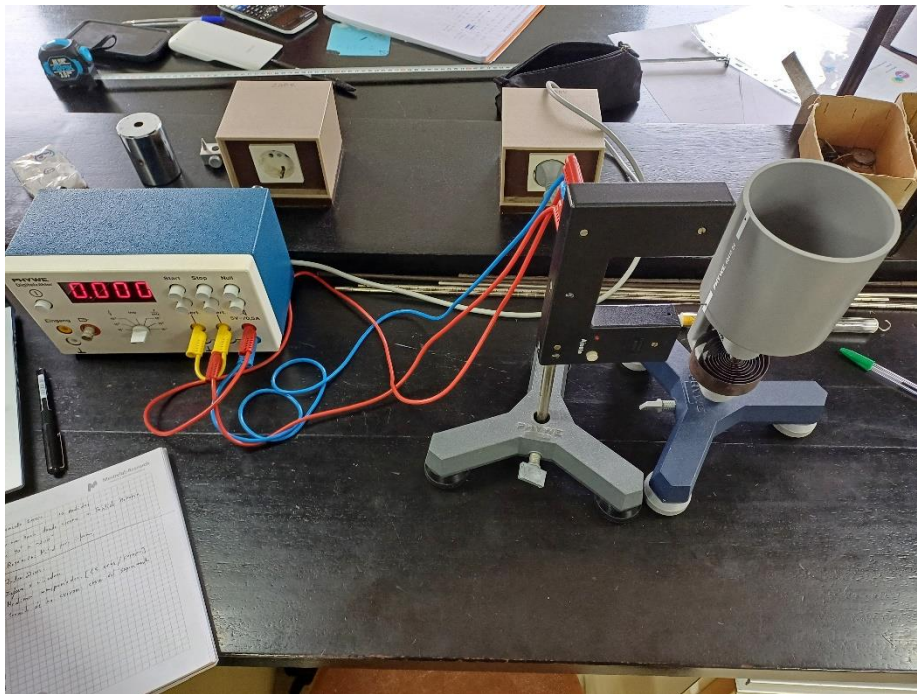
$$I = (8,070 \pm 0,238) \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Toca en este momento buscarlo mediante el procedimiento experimental.

T/2 (s)	s(T/2) (s)
0,614	0,001
0,614	0,001

0,614	0,001
0,614	0,001
0,613	0,001
0,612	0,001
0,614	0,001
0,613	0,001
0,614	0,001
0,612	0,001
0,612	0,001
0,613	0,001
0,612	0,001
0,613	0,001
0,613	0,001

*Semiperíodos en cilindro hueco en rotación.*



*Procedimiento experimental con el cilindro hueco.*

Y calculando la media aritmética, así como su incertidumbre combinada (en este caso no hay “datos malos” que eliminar, esto se ha visto con el protocolo visto en clase, pero en la parte 3 sí entrará en uso y ahí se explicará lo hecho).

$$T_{1/2} = 0,613 \pm 0,001 \text{ s}$$

Calculando el momento de inercia con los datos del apartado anterior:

$$I = D \cdot \frac{T_{1/2}^2}{\pi^2} = 7,735 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$s(I) = \sqrt{\left(\frac{T_{1/2}}{\pi}\right)^4 \cdot s^2(D) + \left(\frac{2 \cdot D \cdot T_{1/2}}{\pi^2}\right)^2 \cdot s^2(T_{1/2})} = 1,27 \cdot 10^{-5} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Finalmente:

$$I = (7,735 \pm 0,127) \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

### Esfera

Mencionamos también la presencia de un tornillo con masa en el eje, que podría afectar a la medida, pero lo obviaremos. Medimos la masa de la esfera:

$$m = 0,66072 \pm 0,00001 \text{ Kg}$$



*Pesando la esfera sobre recipiente de plástico (tarado).*

Y su radio ayudándonos de las tablas de madera:

$$R = (6,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Entonces resulta sencillo calcular su valor teórico estimado, así como su incertidumbre:

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2 = 1,260 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$s(I) = \sqrt{\left(\frac{2}{5} \cdot R^2\right)^2 \cdot s^2(m) + \left(\frac{4}{5} \cdot m \cdot R\right)^2 \cdot s^2(R)} = 3,65 \cdot 10^{-5} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Determinamos teóricamente:

$$I = (1,260 \pm 0,037) \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Pero experimentalmente, tenemos que utilizar la información obtenida en laboratorio, esta es:

T/2 (s)	s(T/2) (s)
0,77	0,001

0,77	0,001
0,77	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001
0,769	0,001

*Semiperíodos en esfera sólida en rotación.*

Aquí, igual que con el cilindro, haríamos la media y descartaríamos datos, pero tras hacer uso de las reglas del protocolo, vemos que no hay dato que descartar. Quedando así la media de semiperíodo y su incertidumbre combinada como:

$$T_{1/2} = 0,769 \pm 0,001 \text{ s}$$

Que, utilizado en la fórmula, se vería tal que:

$$I = D \cdot \frac{T_{1/2}^2}{\pi^2} = 1,217 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$s(I) = \sqrt{\left(\frac{T_{1/2}}{\pi}\right)^4 \cdot s^2(D) + \left(\frac{2 \cdot D \cdot T_{1/2}}{\pi^2}\right)^2 \cdot s^2(T_{1/2})} = 1,98 \cdot 10^{-5} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

De forma plena, tendríamos como resultado experimental lo siguiente,

$$I = (1,217 \pm 0,020) \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

### Parte 3

Tras ello, nos adentramos en la última parte, la verificación del Teorema de Steiner, respecto a la información extraída resulta la más extensa, y la dividiremos a su vez en dos partes: barra y disco, que sentirán sus debidas transformaciones en las partes teórica y experimental a las que procedemos. Que, seguirán idéntico tratamiento hasta la obtención de resultados.

### **Barra**

Medimos la masa de la barra que resulta ser

$$m = 0,1440 \pm 0,0001 \text{ Kg}$$

Y su longitud (l) es de 66 cm medidos con regla, dividida en segmentos (la barra) de 1 cm cada uno. Despreciando el grosor y suponiendo una barra perfecta, su momento de inercia debería darnos:

$$I = \frac{m \cdot l^2}{12} = 5,23 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$s(I) = \sqrt{\left(\frac{l^2}{12}\right)^2 \cdot s^2(m) + \left(\frac{l}{6} \cdot m\right)^2 \cdot s^2(l)} = 3,96 \cdot 10^{-5} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Por lo que debería ser:

$$I = (5,23 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Y toca ahora buscar la confirmación mediante nuestros datos obtenidos en laboratorio.

Los datos tomados tal cual, en base a la distancia del centro de masas (l) han sido:

l (m)	s(l) (m)	T/2 (s)	s(T/2) (s)
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,600	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,600	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,602	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,601	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,600	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,600	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,600	0,001
0,00E+00	1,00E-03	1,600	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,607	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,605	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,604	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,604	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,603	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,603	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,603	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,602	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,602	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,602	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,602	0,001

1,00E-02	1,00E-03	1,600	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,602	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,602	0,001
1,00E-02	1,00E-03	1,601	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,623	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,623	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,621	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,621	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,623	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
2,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,623	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,623	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,623	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,622	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,615	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,617	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,616	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,616	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,616	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,616	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,615	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,616	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,616	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,610	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,614	0,001
3,00E-02	1,00E-03	1,615	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,625	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,625	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,625	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,626	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,625	0,001

4,00E-02	1,00E-03	1,625	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,624	0,001
4,00E-02	1,00E-03	1,625	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,654	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,658	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,654	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,655	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,655	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,654	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,655	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,656	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,656	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,654	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,654	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,656	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,655	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,656	0,001
5,00E-02	1,00E-03	1,655	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,677	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,676	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,677	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,677	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,677	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,679	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,674	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,676	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,677	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,677	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,677	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,677	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,675	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,675	0,001
6,00E-02	1,00E-03	1,676	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,702	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,702	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,702	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,701	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,701	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,699	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,700	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,698	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,695	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,698	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,696	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,697	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,695	0,001

7,00E-02	1,00E-03	1,695	0,001
7,00E-02	1,00E-03	1,696	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,741	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,750	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,748	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,747	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,745	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,746	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,745	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,746	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,745	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,746	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,745	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,746	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,745	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,747	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,745	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,742	0,001
8,00E-02	1,00E-03	1,745	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,764	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,769	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,768	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,765	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,767	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,763	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,762	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,759	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,754	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,760	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,764	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,776	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,767	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,770	0,001
9,00E-02	1,00E-03	1,770	0,001

*Semiperíodos y distancia al centro de masas en la barra en rotación.*

Ahora seguiremos el ya mencionado protocolo para descartar valores y hacer una buena media en cada una de las distancias (l).

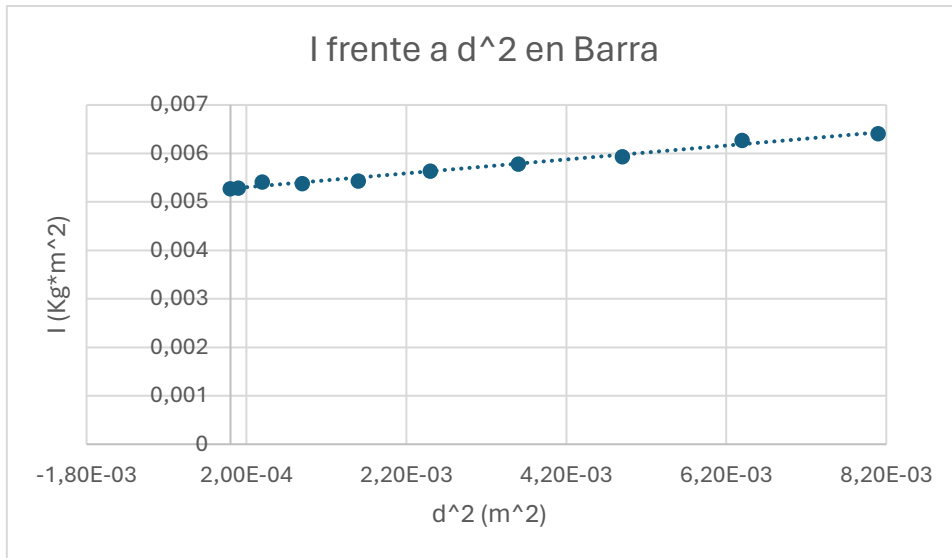
Lo primero será hacer la media y calcular su desviación típica, luego en un intervalo de la media más y menos su incertidumbre por el factor de cobertura k, al cual le daremos valor 2 para cubrir el 95%, descartaremos los valores de la lista que no estén en tal. Con los valores restantes, calculamos la media e incertidumbre de nuevo y esta vez con la incertidumbre combinada; también debemos mostrar los grados de libertad al final. Aplicamos lo dicho y nos queda la siguiente tabla (en la que las celdas en rojo representan valores eliminados):

l (m)	0,00E+00	1,00E-02	2,00E-02	3,00E-02	4,00E-02	5,00E-02	6,00E-02	7,00E-02	8,00E-02	9,00E-02
T/2 (s)	1,601	1,607	1,623	1,623	1,626	1,654	1,677	1,702	1,741	1,764

	1,601	1,605	1,623	1,623	1,626	1,658	1,676	1,702	1,750	1,769
	1,601	1,604	1,621	1,623	1,626	1,654	1,677	1,702	1,748	1,768
	1,601	1,604	1,622	1,622	1,626	1,655	1,677	1,701	1,747	1,765
	1,601	1,603	1,622	1,615	1,626	1,655	1,677	1,701	1,745	1,767
	1,601	1,603	1,622	1,617	1,626	1,654	1,679	1,699	1,746	1,763
	1,601	1,603	1,622	1,616	1,625	1,655	1,674	1,700	1,745	1,762
	1,601	1,602	1,622	1,616	1,625	1,656	1,676	1,698	1,746	1,759
	1,600	1,602	1,622	1,616	1,625	1,656	1,677	1,695	1,745	1,754
	1,600	1,602	1,621	1,615	1,626	1,654	1,677	1,698	1,746	1,760
	1,602	1,602	1,623	1,616	1,626	1,654	1,677	1,696	1,745	1,764
	1,601	1,600	1,622	1,616	1,625	1,656	1,677	1,697	1,747	1,776
	1,600	1,602	1,622	1,610	1,625	1,655	1,675	1,695	1,745	1,767
	1,600	1,602	1,622	1,614	1,624	1,656	1,675	1,695	1,742	1,770
	1,600	1,601	1,622	1,615	1,625	1,655	1,676	1,696	1,745	1,770
Medi a (s)	1,601	1,603	1,622	1,617	1,625	1,655	1,676	1,698	1,746	1,765
sa (s)	0,0006 54654	0,001 71131	0,0005 97614	0,0038 54496	0,0008 01784	0,0011 33893	0,0012 8174	0,0027 64572	0,0022 20039	0,005 3519
Inter valo de confi anza	1,600 1,602	1,600 1,606	1,621 1,623	1,609 1,625	1,623 1,627	1,653 1,657	1,673 1,679	1,692 1,704	1,742 1,750	1,754 1,776
Medi a (s)	1,601	1,603	1,622	1,617	1,625	1,655	1,676	1,698	1,746	1,765
sa (s)	0,0006 54654	0,001 38675	0,0005 97614	0,0038 54496	0,0008 01784	0,0008 3205	0,0012 8174	0,0027 64572	0,0018 39732	0,005 3519
sa (Med ia) (s)	0,0001 69031	0,000 37062	0,0001 54303	0,0009 95227	0,0002 0702	0,0002 22375	0,0003 30944	0,0007 13809	0,0004 91689	0,001 38186
sc (Med ia) (s)	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002
Φ	14	13	14	14	14	13	14	14	13	14

*Semiperíodos y distancia al centro de masas en la barra en rotación.*

Con esos nuevos valores e incertidumbres (mostrados en verde), hacemos su representación gráfica de  $I$  frente a  $d^2$ , para que así, la pendiente de tal recta sea la masa del objeto y su ordenada en el origen sea el momento de inercia respecto a su eje de masa central (el calculado teóricamente). Como cumple la ecuación de recta  $y = a + b \cdot x$ , en nuestro caso  $a$  será ese dicho momento de inercia y  $b$  la masa.



Gráfica de  $I$  frente a  $d^2$  en la barra metálica.

Y haciendo la conocida regresión lineal, obtenemos lo siguiente:

a	b	s	s(a)	s(b)	r
5,27E-03	1,43E-01	5,175E-05	2,39E-05	4,31E-03	9,93E-01

En la que se ha utilizado (como paso en la regresión lineal entres sus muchos cálculos):

$$s(d^2) = 2 \cdot d \cdot s(d)$$

Por lo que, de forma práctica obtenemos de resultados para una regresión lineal de constante  $r=0,993$ :

$$I = (5,27 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

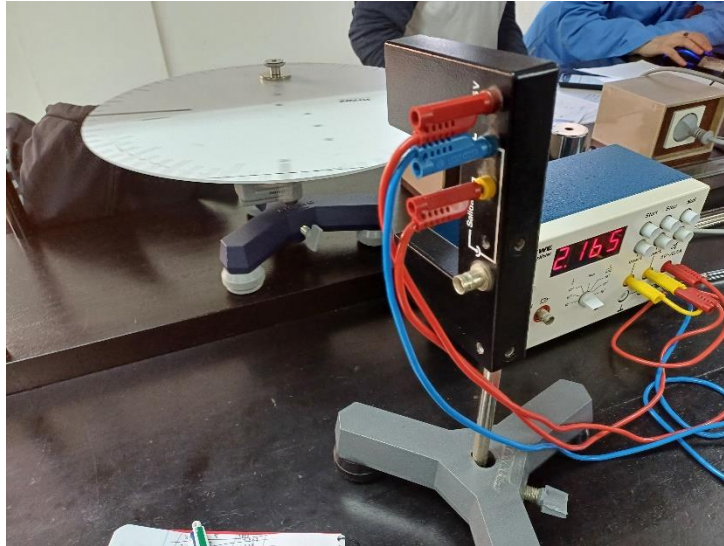
$$m = 0,143 \pm 0,004 \text{ Kg}$$

### Disco

Utilizando la balanza, calculamos la masa del disco.

$$m = 0,38230 \pm 0,00001 \text{ Kg}$$

Y sus medidas son de un radio de  $R = 0,150 \pm 0,001 \text{ m}$  y la división en 5 agujeros que se distribuyen en una misma recta radial desde el centro con una distancia entre ellos de 3 cm medidos con regla.



*Procedimiento experimental con el Disco perforado.*

Para calcular sus valores teóricos que evaluaremos más tarde, utilizamos su fórmula.

$$I = \frac{m \cdot R^2}{2} = 2,34 \cdot 10^{-2} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$s(I) = \sqrt{\left(\frac{R^2}{2}\right)^2 \cdot s^2(m) + (R \cdot m)^2 \cdot s^2(R)} = 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Que teóricamente debería ser:

$$I = (2,34 \pm 0,01) \cdot 10^{-2} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Con esto, repetiremos lo hecho en la barra y mostraremos los datos obtenidos, siendo estos menos ya que tomamos quince medidas por cada uno de sus cinco agujeros.

Medida	l (m)	s(l) (m)	T/2 (s)	s(T/2) (s)
1	0	1,00E-03	1,455	0,001
2	0	1,00E-03	1,454	0,001
3	0	1,00E-03	1,454	0,001
4	0	1,00E-03	1,453	0,001
5	0	1,00E-03	1,453	0,001
6	0	1,00E-03	1,453	0,001
7	0	1,00E-03	1,452	0,001
8	0	1,00E-03	1,452	0,001
9	0	1,00E-03	1,451	0,001
10	0	1,00E-03	1,451	0,001
11	0	1,00E-03	1,450	0,001
12	0	1,00E-03	1,451	0,001
13	0	1,00E-03	1,451	0,001
14	0	1,00E-03	1,450	0,001

15	0	1,00E-03	1,450	0,001
16	3,00E-02	1,00E-03	1,560	0,001
17	3,00E-02	1,00E-03	1,559	0,001
18	3,00E-02	1,00E-03	1,558	0,001
19	3,00E-02	1,00E-03	1,555	0,001
20	3,00E-02	1,00E-03	1,550	0,001
21	3,00E-02	1,00E-03	1,553	0,001
22	3,00E-02	1,00E-03	1,554	0,001
23	3,00E-02	1,00E-03	1,553	0,001
24	3,00E-02	1,00E-03	1,552	0,001
25	3,00E-02	1,00E-03	1,552	0,001
26	3,00E-02	1,00E-03	1,553	0,001
27	3,00E-02	1,00E-03	1,555	0,001
28	3,00E-02	1,00E-03	1,554	0,001
29	3,00E-02	1,00E-03	1,552	0,001
30	3,00E-02	1,00E-03	1,551	0,001
31	6,00E-02	1,00E-03	1,859	0,001
32	6,00E-02	1,00E-03	1,861	0,001
33	6,00E-02	1,00E-03	1,878	0,001
34	6,00E-02	1,00E-03	1,865	0,001
35	6,00E-02	1,00E-03	1,861	0,001
36	6,00E-02	1,00E-03	1,869	0,001
37	6,00E-02	1,00E-03	1,866	0,001
38	6,00E-02	1,00E-03	1,858	0,001
39	6,00E-02	1,00E-03	1,866	0,001
40	6,00E-02	1,00E-03	1,863	0,001
41	6,00E-02	1,00E-03	1,866	0,001
42	6,00E-02	1,00E-03	1,868	0,001
43	6,00E-02	1,00E-03	1,873	0,001
44	6,00E-02	1,00E-03	1,869	0,001
45	6,00E-02	1,00E-03	1,864	0,001
46	9,00E-02	1,00E-03	2,165	0,001
47	9,00E-02	1,00E-03	2,184	0,001
48	9,00E-02	1,00E-03	2,164	0,001
49	9,00E-02	1,00E-03	2,175	0,001
50	9,00E-02	1,00E-03	2,174	0,001
51	9,00E-02	1,00E-03	2,173	0,001
52	9,00E-02	1,00E-03	2,170	0,001
53	9,00E-02	1,00E-03	2,160	0,001
54	9,00E-02	1,00E-03	2,148	0,001
55	9,00E-02	1,00E-03	2,166	0,001
56	9,00E-02	1,00E-03	2,143	0,001
57	9,00E-02	1,00E-03	2,174	0,001
58	9,00E-02	1,00E-03	2,165	0,001
59	9,00E-02	1,00E-03	2,183	0,001
60	9,00E-02	1,00E-03	2,170	0,001

61	1,20E-01	1,00E-03	2,327	0,001
62	1,20E-01	1,00E-03	2,341	0,001
63	1,20E-01	1,00E-03	2,363	0,001
64	1,20E-01	1,00E-03	2,361	0,001
65	1,20E-01	1,00E-03	2,352	0,001
66	1,20E-01	1,00E-03	2,357	0,001
67	1,20E-01	1,00E-03	2,358	0,001
68	1,20E-01	1,00E-03	2,352	0,001
69	1,20E-01	1,00E-03	2,345	0,001
70	1,20E-01	1,00E-03	2,350	0,001
71	1,20E-01	1,00E-03	2,350	0,001
72	1,20E-01	1,00E-03	2,352	0,001
73	1,20E-01	1,00E-03	2,342	0,001
74	1,20E-01	1,00E-03	2,353	0,001
75	1,20E-01	1,00E-03	2,352	0,001

*Semiperíodos y distancia al centro de masas en el disco en rotación*

Toca ahora repetir el proceso de exclusión de datos excéntricos y calcular un valor medio con su incertidumbre combinada por cada marca de distancia respecto al centro.

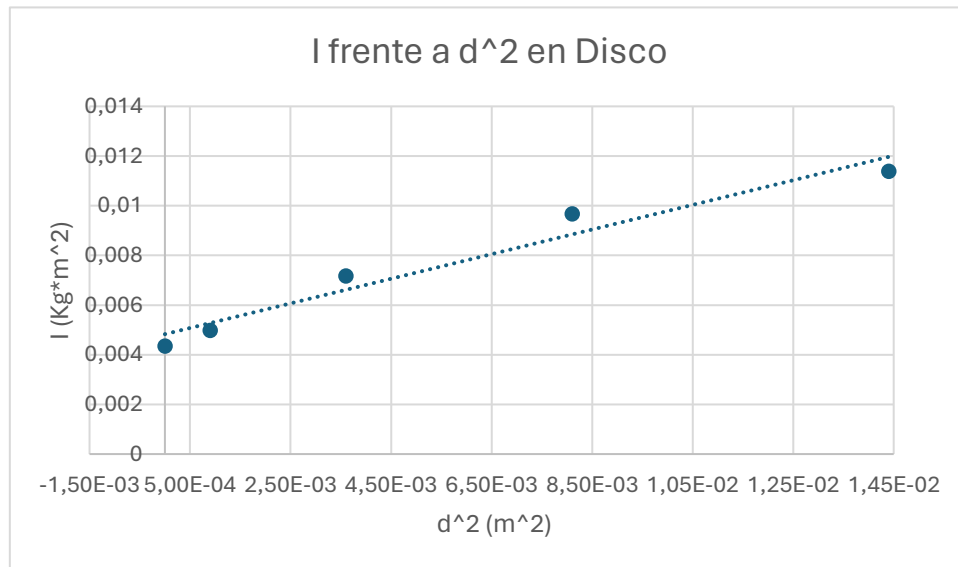
l (m)	0,00E+00	3,00E-02	6,00E-02	9,00E-02	1,20E-01
T/2 (s)	1,455	1,560	1,859	2,165	2,327
	1,454	1,559	1,861	2,184	2,341
	1,454	1,558	1,878	2,164	2,363
	1,453	1,555	1,865	2,175	2,361
	1,453	1,550	1,861	2,174	2,352
	1,453	1,553	1,869	2,173	2,357
	1,452	1,554	1,866	2,170	2,358
	1,452	1,553	1,858	2,160	2,352
	1,451	1,552	1,866	2,148	2,345
	1,451	1,552	1,863	2,166	2,350
	1,450	1,553	1,866	2,143	2,350
	1,451	1,555	1,868	2,174	2,352
	1,451	1,554	1,873	2,165	2,342
	1,450	1,552	1,869	2,183	2,353
1,450	1,551	1,864	2,17	2,352	
Media (s)	1,452	1,554	1,866	2,168	2,350
sa (s)	0,001603567	0,00291548	0,005291503	0,011218607	0,008972179
Intervalo de confianza	1,449	1,548	1,855	2,146	2,332
	1,455	1,560	1,877	2,190	2,368
Media (s)	1,452	1,554	1,866	2,168	2,352
sa (s)	0,001603567	0,00291548	0,005291503	0,011218607	0,006480741
sa (Media) (s)	0,000414039	0,00075277	0,00136626	0,002896632	0,001732051
sc (Media) (s)	0,001	0,001	0,002	0,003	0,002

$\Phi$	14	14	14	14	13
--------	----	----	----	----	----

Semiperíodos y distancia al centro de masas en el disco en rotación.

Aquí también se uso k con valor 2.

Gráficamente se representa al igual que antes I frente a  $d^2$  y después se calculan los términos mediante regresión lineal.



Gráfica de I frente a  $d^2$  en el disco perforado.

Al ser menos valores, es notable una menor exactitud respecto al caso de la barra.

a	b	s	s(a)	s(b)	r
4,83E-03	4,96E-01	0,0007448	4,75E-04	6,27E-02	9,77E-01

Sólo con el valor de la constante de regresión lineal,  $r=0,977$  ya podemos afirmar nuestra reciente deducción. Los datos obtenidos han sido:

$$I = (4,83 \pm 0,48) \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$m = 0,496 \pm 0,063 \text{ Kg}$$

## 5. Conclusión

Los resultados generales recopilados serían:

·Parte 1. Constante del muelle:

$$D = 0,02031 \pm 0,00033 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

·Parte 2. Momento Inercia:

Figura	Masa (Kg)	Momento de Inercia (Kg*m <sup>2</sup> )	
		Teórico	Experimental
Cilindro Hueco	0,34983 ± 0,00001	(8,070 ± 0,238) · 10 <sup>-4</sup>	(7,735 ± 0,127) · 10 <sup>-4</sup>
Esfera Rígida	0,66072 ± 0,00001	(1,260 ± 0,037) · 10 <sup>-3</sup>	(1,217 ± 0,020) · 10 <sup>-4</sup>

Podemos ver que en ambos casos hay una región donde valor teórico y experimental podrían ser igual, por ello podemos determinarlos como buenos resultados ya que podrían ser perfectamente realistas y aceptables.

**.Parte 3. Teorema de Steiner:**

Figura	Masa (Kg)		Momento de Inercia (Kg*m <sup>2</sup> )	
	Teórica	Experimental	Teórico	Experimental
Barra	0,143 ± 0,004	0,1440 ± 0,0001	(5,23 ± 0,04) · 10 <sup>-3</sup>	(5,27 ± 0,02) · 10 <sup>-3</sup>
Disco	0,496 ± 0,063	0,38230 ± 0,00001	(2,34 ± 0,01) · 10 <sup>-2</sup>	(4,83 ± 0,48) · 10 <sup>-3</sup>

En este caso, pese a que debemos tener muy en cuenta las constantes de regresión lineal, que son 0,993 y 0,977 respectivamente. Para el caso de la barra, que es el que más gozaba de cantidad de muestras, los datos son factibles y perfectamente aceptables con una constante de regresión lineal aceptable. Sin embargo, para el disco, no solo la constante es muy mala, sino que ni la masa ni el momento de inercia se adecuan a los valores teóricos de momento de inercia y experimentales de masa. Esto, seguramente se deba a un error en los cálculos o en la hoja de cálculo, aún así, he estado revisando y no encuentro ningún fallo aparente. Por ello debo mencionar que los valores de la parte 3 del disco no se deben tener en cuenta, de momento, al menos hasta previa revisión. Por eso es que, es mi deber publicar mi sección de la hoja de cálculo asociada a tal, en bruto (y semisucia) para poder encontrar el lector algún posible error:

l (m)	s(l) (m)	T/2 (s)	s(T/2) (s)	l <sup>2</sup> (m <sup>2</sup> )	s(l <sup>2</sup> ) (m <sup>2</sup> )	I (Kg*m <sup>2</sup> )	s(I) (Kg*m <sup>2</sup> )
0,00E+00	1,00E-03	1,452	0,001	0,00E+00	0,00E+00	0,00433818	6,98015E-05
3,00E-02	1,00E-03	1,554	0,001	9,00E-04	6,00E-05	0,00496909	7,99155E-05
6,00E-02	1,00E-03	1,866	0,002	3,60E-03	1,20E-04	0,0071647	0,000115879
9,00E-02	1,00E-03	2,168	0,003	8,10E-03	1,80E-04	0,00967148	0,000157337
1,20E-01	1,00E-03	2,352	0,002	1,44E-02	2,40E-04	0,0113828	0,000183501
	x	y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	x*y	(y-a-b*x) <sup>2</sup>	
	0,00E+00	4,34E-03	0,00E+00	1,88E-05	0,00E+00	2,40E-07	
	9,00E-04	4,97E-03	8,10E-07	2,47E-05	4,47E-06	9,31E-08	

	3,60E-03	7,16E-03	1,30E-05	5,13E-05	2,58E-05	3,05E-07
	8,10E-03	9,67E-03	6,56E-05	9,35E-05	7,83E-05	6,85E-07
	1,44E-02	1,14E-02	2,07E-04	1,30E-04	1,64E-04	3,42E-07
$\Sigma$	2,70E-02	3,75E-02	2,87E-04	3,18E-04	2,73E-04	1,66E-06
a	b	s	s(a)	s(b)	r	
4,83E-03	4,96E-01	0,0007448	4,75E-04	6,27E-02	9,77E-01	

Quitando esto, visualmente podemos ver en las gráficas que el teorema de Steiner sí se cumple. Dato que, además, podemos comprobar numéricamente con la información que aporta el experimento de la barra.

## 6· Bibliografía


- *Wikipedia contributors. (2024a, marzo 11). Moment of inertia. Wikipedia.*  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Moment\\_of\\_inertia](https://en.wikipedia.org/wiki/Moment_of_inertia)

20/03/24

# NO MENTO DE INERCIA

1

Teoría

Un bodies para el que como:   
 Medida angulos  $> 90^\circ$  ( $< 90^\circ$  no es bien, muy instable)  $\theta < 250^\circ$

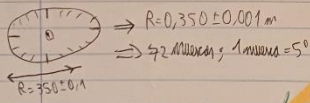
Obj. caracterización



10 medidas

Brackets

- Sentido horario en cámara  $\odot$
- El momento, no aplican fuerzas, marca entre 0,01 N y 0,02 N



~~20/03/2024~~

1 medida cada 3 divisiones;  $15^\circ$

Medida	Angulo ( $^\circ$ )	Fuerza (N)
1	$90^\circ$	<del>0,17</del> $0,17 \pm 0,01$
2	$105^\circ$	0,22
3	$120^\circ$	0,25
4	$135^\circ$	0,3
5	$150^\circ$	0,35
6	$165^\circ$	0,39
7	$180^\circ$	0,43
8	$195^\circ$	0,47
9	$210^\circ$	0,52
10	$225^\circ$	0,55

radio extra: 35,5 cm

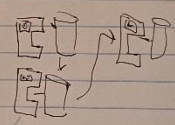
$\pi$  extra

$\pi$  extra

2

Momento de inercia de dos cuerpos

Medir 15 comparaciones, sentido horario



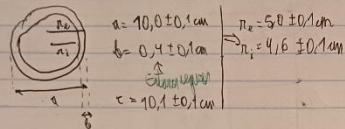
brackets

~~20/03/2024~~

Objeto 1: Cilindro hueco de paredes no despreciables



Mass:  $0,34983 \pm 0,00001 \text{ kg}$



es tamaño del sistema man y objeto para med.

Objeto 2:



Mass:  $0,66072 \pm 0,00001 \text{ kg}$

$d = 13,8 \pm 0,1 \text{ cm} \Rightarrow r = 6,9 \pm 0,1 \text{ cm}$

~~20/03/2024~~

Cilindros huecos

Cilindros 2

Medida	Tiempo Simpatizado (s)	Tiempo Simpatizado (s)
1	0,614 $\pm 0,001$	0,770
2	0,614	0,770
3	0,614	0,770
4	0,614	0,769
5	0,613	0,769
6	0,612	0,769
7	0,614	0,769
8	0,613	0,769
9	0,614	0,769
10	0,612	0,769
11	0,612	0,769
12	0,613	0,769
13	0,612	0,769
14	0,613	0,769
15	0,613	0,769

~~20/03/2024~~

3)  $\begin{matrix} \text{5 medallas} \\ \downarrow \\ \text{Barra} \\ \text{10 medallas y 15 medallas por lados} \\ \downarrow \\ \text{10 medallas} \end{matrix}$

$M = 0,1440 \pm 0,0001 \text{ Kg}$

Medalla	Segmento	Samplado (g)
1	0	1,601
2	0	1,601
3	0	1,601
4	0	1,601
5	0	1,601
6	0	1,601
7	0	1,601
8	0	1,600
9	0	1,600
10	0	1,600
11	0	1,602
12	0	1,601
13	0	1,600
14	0	1,600
15	0	1,600
16	4	1,607
17	1	1,605
18	1	1,604
19	1	1,604
20	1	1,603
21	1	1,603

22	1	1,603
23	1	1,602
24	1	1,602
25	1	1,602
26	1	1,602
27	1	1,600
28	1	1,602
29	1	1,602
30	1	1,601
31	2	1,623
32	2	1,623
33	2	1,621
34	2	1,622
35	2	1,622
36	2	1,622
37	2	1,622
38	2	1,622
39	2	1,621
40	2	1,623
41	2	1,622
42	2	1,622
43	2	1,622
44	2	1,622
45	3	1,623
46	3	1,623
47	3	1,623
48	3	1,622
49	3	1,615
50	3	1,617
51	3	1,616
52	3	1,616

$\rightarrow$  Añadir 1,622 extra

53	3	1,616
54	3	1,616
55	3	1,615
56	3	1,616
57	3	1,616
58	3	1,616
59	3	1,615
60	3	1,615
61	4	1,626
62	4	1,626
63	4	1,626
64	4	1,626
65	4	1,626
66	4	1,626
67	4	1,625
68	4	1,625
69	4	1,625
70	4	1,626
71	4	1,626
72	4	1,626
73	4	1,625
74	4	1,625
75	4	1,624
76	5	1,625
77	5	1,654
78	5	1,658
79	5	1,654
80	5	1,655
81	5	1,655
82	5	1,654
83	5	1,655

84	5	1,656
85	5	1,654
86	5	1,654
87	5	1,656
88	5	1,655
89	5	1,656
90	5	1,655
91	6	1,677
92	6	1,676
93	6	1,677
94	6	1,677
95	6	1,677
96	6	1,679
97	6	1,674
98	6	1,676
99	6	1,677
100	6	1,677
101	6	1,677
102	6	1,677
103	6	1,675
104	6	1,675
105	6	1,676
106	7	1,700
107	7	1,702
108	7	1,702
109	7	1,702
110	7	1,701
111	7	1,699
112	7	1,700
113	7	1,699
114	7	1,699
115	7	1,699
116	7	1,696
117	7	1,697
118	7	1,695

Modulus	Segmento	Semiparedo (n)
1	0	1,455
2	0	1,454
3	0	1,454
4	0	1,453
5	0	1,453
6	0	1,453
7	0	1,452
8	0	1,452
9	0	1,451
10	0	1,451
11	0	1,450
12	0	1,451
13	0	1,450
14	0	1,450
15	0	1,450
16	1	1,560
17	1	1,559
18	1	1,558
19	1	1,555
20	1	1,550
21	1	1,553
22	1	1,554
23	1	1,553
24	1	1,552
25	1	1,552
26	1	1,553
27	1	1,555
28	1	1,554
29	1	1,552
30	1	1,551

$M = 0,78230 \pm 0,0001 \text{ Kg}$   
 $\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$   
 Date: 20-03-2024

31	2	1,867
32	2	1,878
33	2	1,863
34	2	1,861
35	2	1,863
36	2	1,866
37	2	1,858
38	2	1,866
39	2	1,863
40	2	1,866
41	2	1,866
42	2	1,873
43	2	1,867
44	2	1,864
45	2	2,165
46	3	2,164
47	3	2,164
48	3	2,175
49	3	2,174
50	3	2,173
51	3	2,170
52	3	2,160
53	3	2,166
54	3	2,166
55	3	2,143
56	3	2,174
57	3	2,165
58	3	2,163
59	3	2,170
60	4	2,327
61	4	2,341
62	4	2,363
63	4	2,361
64	4	2,357
65	4	2,357
66	4	2,358
67	4	2,352
68	4	2,345
69	4	2,345

Date: 20-03-2024

Técnicas Experimentales I

Laboratorio Básico

# **Práctica 5:**

# **Óptica**

*Pedro Martínez Caamaño*

## 1• Objetivos

El principio más básico y fundamental de la óptica que explica la naturaleza de la refracción de un haz de luz en el cambio de un medio a otro es la conocida Ley de Snell, que relaciona las cualidades de un medio, índice de refracción, con la desviación de una recta de luz al cambiar entre estos medios.

$$n_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) = n_2 \cdot \text{sen}(\theta_2)$$

Dónde  $n_i$  representa el índice de refracción, que es la relación de la velocidad de la luz en este medio con la del vacío.

$$n = \frac{c}{v}$$

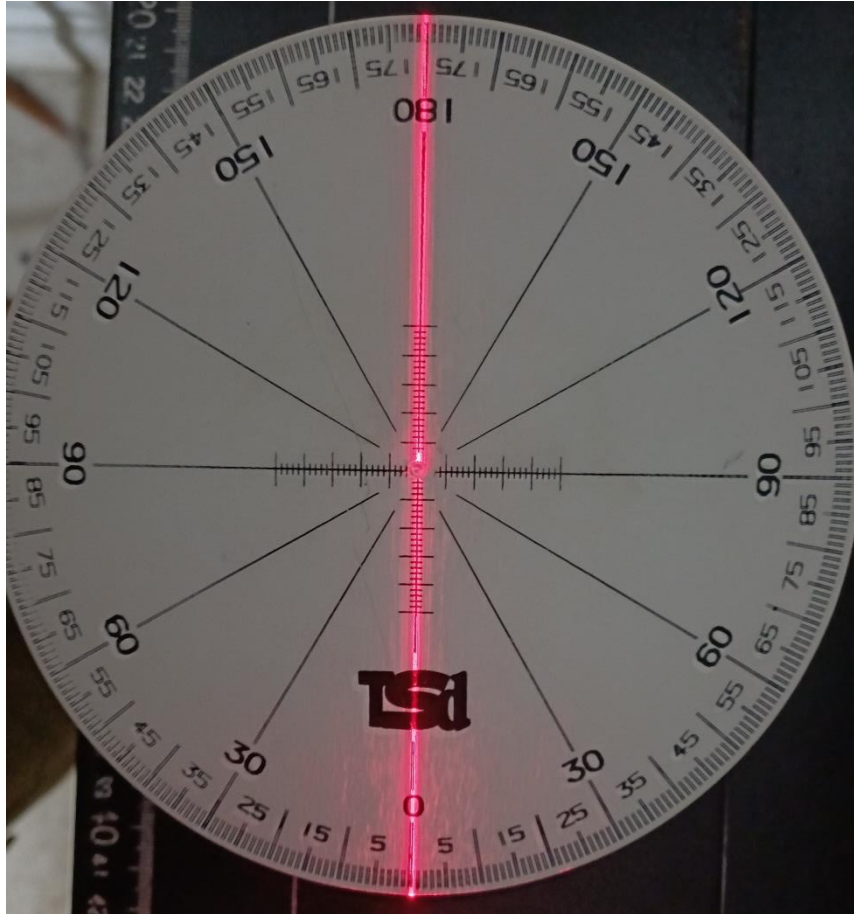
En esta práctica evaluaremos el índice de refracción de distintos medios distintos, vidrio, agua y alcohol, siendo esa la primera parte. En la segunda, verificaremos los principios de la óptica geométrica con dos lentes distintas, divergente y convergente.

## 2• Material

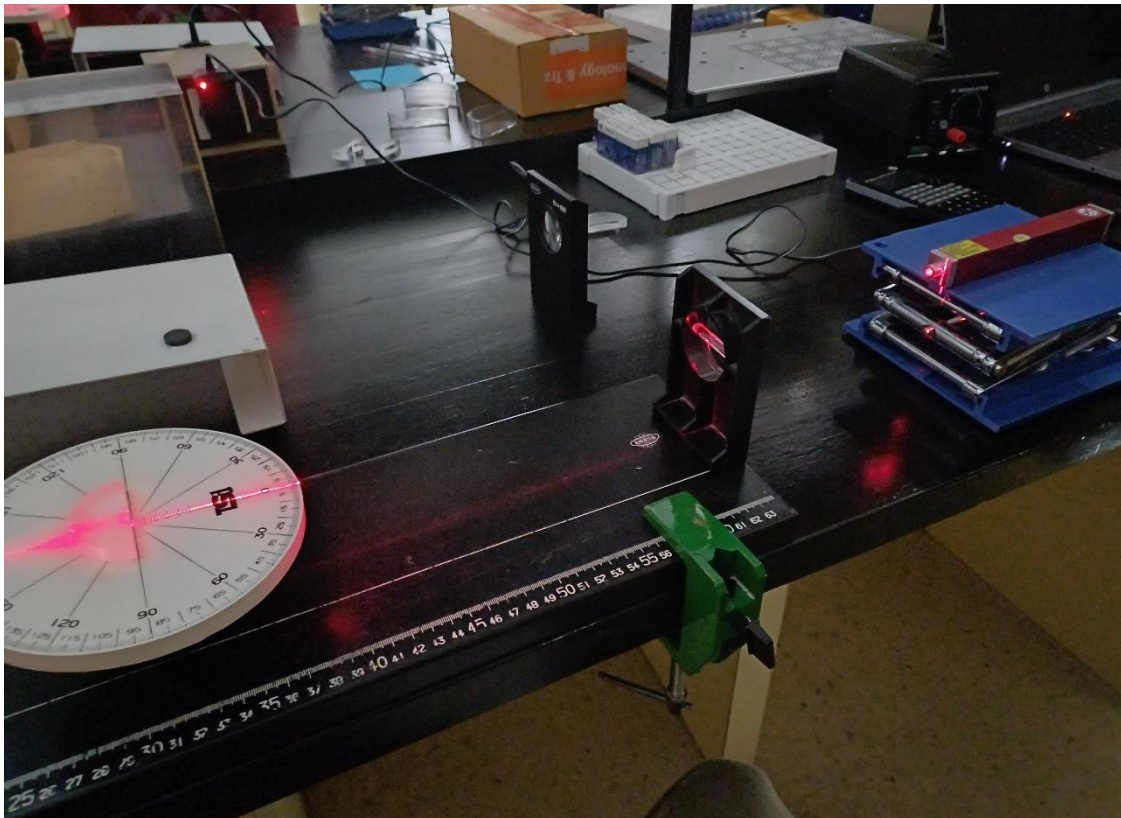
Los materiales necesarios para este experimento, para ambas partes, serán los siguientes:

- Puntero Láser con soporte. Fuente de luz, así como el entorno donde sostenerlo.
- Banco Óptico. Soporte estático imantado donde situaremos el resto de materiales.
- Lente Cilíndrica. Lente cilíndrica de vidrio en posición horizontal que se sitúa tras el haz del láser para colimar sus rayos, esto es convertirlos en un haz de rayos paralelos entre sí y a la superficie del banco óptico.
- Disco de Hartl con soporte. Disco graduado angularmente con un soporte cilíndrico imantado que se colocará sobre el banco óptico.
- Lente de vidrio semicircular. Material 1 para evaluar.
- Cubeta Semicircular. Donde se situarán los líquidos que serán material 2 y 3 a evaluar.
- Agua y Alcohol de 96°.
- Lentes Convergente y Divergente.
- Papel.
- Imanes.

Su colocación básica inicial será la siguiente, con previo alineamiento del disco de Hartl con el rayo de luz del láser:



*Alineamiento del disco de Hartl con el láser.*



### 3- Procedimiento

Dividiremos el procedimiento en dos partes; para estar a su vez dividida en subpartes.

#### Parte 1

El objetivo de esta sección es encontrar el índice de refracción en tres medios distintos para posteriormente compararlo con valores aceptados por la comunidad científica; estos medios serán el Vidrio, Agua y Alcohol. Para estos tres, los métodos explicados a continuación serán idénticos, así como la forma en la que trataremos sus datos.

##### Parte 1.1 Incidencia sobre el medio:

El rayo incidente, en esta sección, provendrá del medio aire e incidirá sobre el medio a evaluar. Esto es debido a la colocación de la cara plana del semicilindro hacia el rayo láser. Como el índice de refracción del aire se puede aproximar a 1, quedaría que:

$$n_{aire} \cong 1 \rightarrow \text{sen}(\alpha_i) = n_x \cdot \text{sen}(\alpha_r)$$

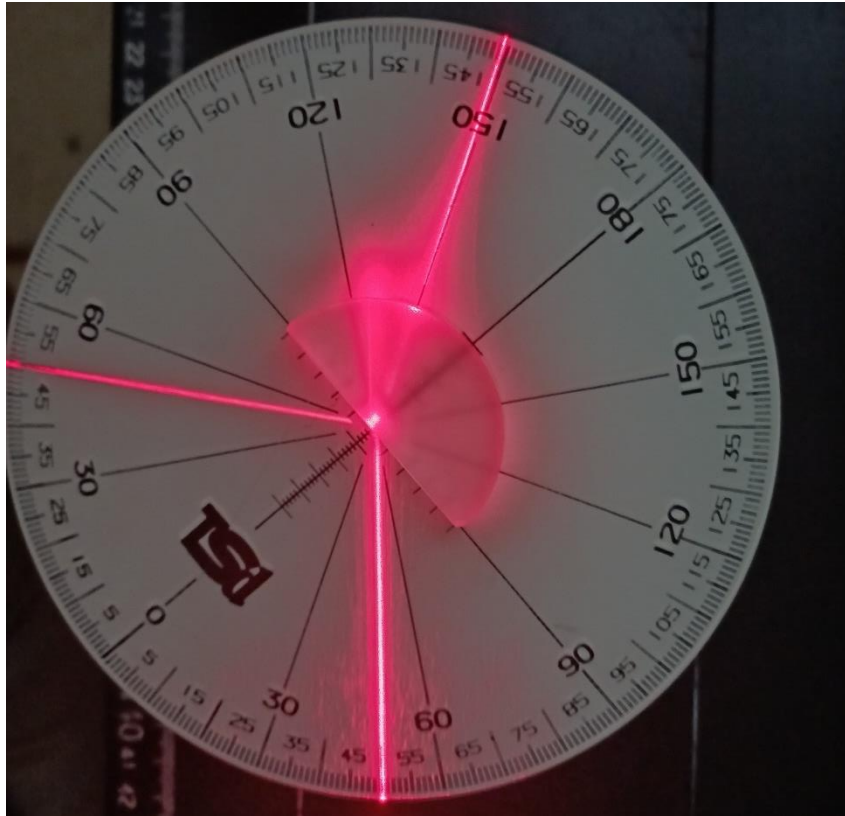
Donde i representa la incidencia, r la refracción y x el medio a evaluar.

Operando obtenemos:

$$n_x = \frac{\text{sen}(\alpha_i)}{\text{sen}(\alpha_r)}$$

*Ecuación 1*

Con ello, si representamos el seno de rayo incidente frente al seno de rayo refractado, nos debería dar una recta que pasa por el origen con pendiente de valor índice de refracción.



*Ejemplo de colocación de lente en aire-medio.*

También operando obtendríamos como incertidumbre:

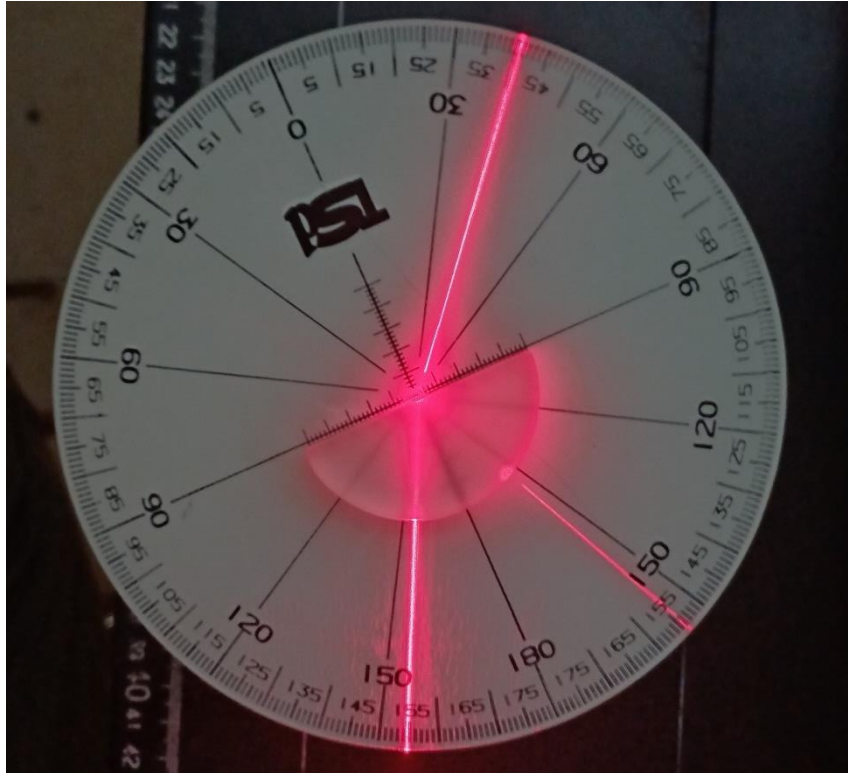
$$s(n_x) = \sqrt{\left(\frac{\cos(\alpha_i)}{\cos(\alpha_r)}\right)^2 \cdot s^2(\alpha_i) + \left(\frac{\text{sen}(\alpha_i) \cdot \cos(\alpha_r)}{\text{sen}(\alpha_r)^2}\right)^2 \cdot s^2(\alpha_r)}$$

*Ecuación 2*

Pero el error que nos da si hacemos la media cuadrada de esta incertidumbre con la dada por el ajuste de mínimos cuadrados es demasiado alta (el orden de 0,1), así que no la tomaremos en cuenta.

### Parte 1.2 Incidencia desde el medio:

Se diferencia del subapartado anterior en que el rayo incidente procede ahora del medio a evaluar, ya que habremos situado el semicírculo con la cara curva situada por el rayo entrante.



*Ejemplo de colocación de lente en medio-aire.*

La ecuación correspondiente quedaría ahora:

$$n_{\text{aire}} \cong 1 \rightarrow \text{sen}(\alpha_r) = n_x \cdot \text{sen}(\alpha_i)$$

Por lo que:

$$n_x = \frac{\text{sen}(\alpha_r)}{\text{sen}(\alpha_i)}$$

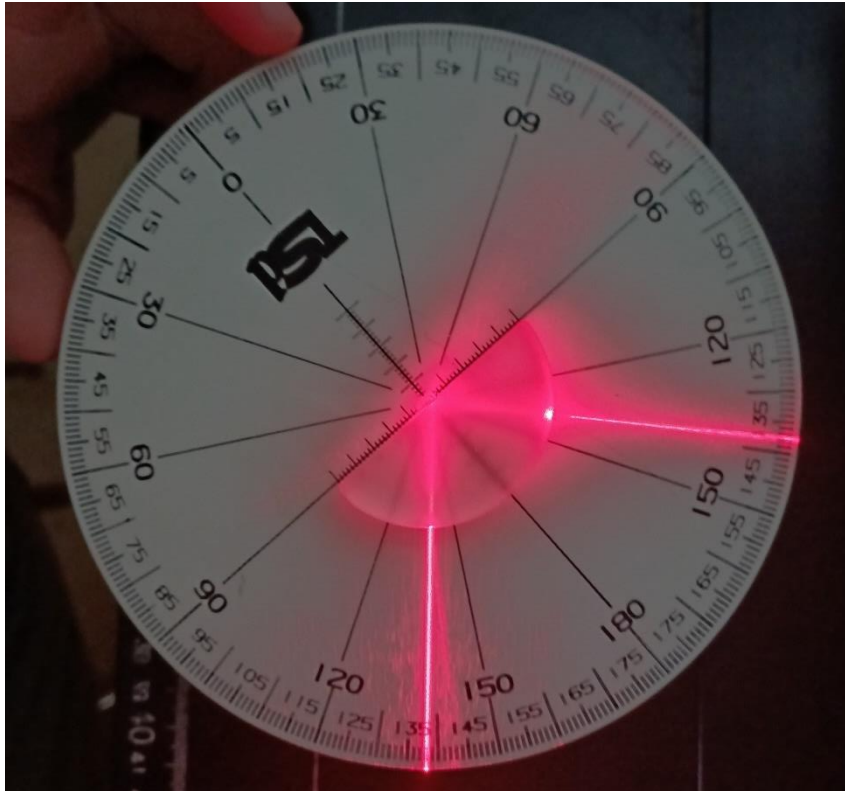
*Ecuación 3*

Con ello, la representación gráfica de los puntos del seno del rayo refractado frente al incidente nos daría una unión por la línea de tendencia con pendiente del mismo medio. Este resultado lo obtendríamos por la aplicación de los mínimos cuadrados.

Al igual que antes, la incertidumbre que se puede calcular daría valores variantes, si hiciéramos la media de esos valores nos daría un resultado demasiado alto y no realista, así, usaremos la incertidumbre que ya de por sí nos da el método de los mínimos cuadrados.

### Parte 1.3 Ángulo límite:

Este subapartado resulta el más corto de realizar y sencillo de todos. Para ello haremos uso del principio del ángulo límite.



Ejemplo de ángulo límite a partir del cual la reflexión es plena.

Este, en palabras, dice que, en el paso de un medio de mayor índice de refracción a uno de menor, hay un ángulo en el que la refracción es máxima ( $90^\circ$ ) y a partir del cual, si aumentamos el ángulo de incidencia, se dará un efecto de reflexión total. Los cálculos de ello son muy simples:

$$n_x \cdot \text{sen}(\alpha_i) = \text{sen}(\alpha_r) \rightarrow \exists \alpha_{\text{límite}} \leftrightarrow \alpha_r = \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{sen}(\alpha_r) = 1$$

Por tanto

$$n_x = \frac{1}{\text{sen}(\alpha_{\text{límite}})}$$

Ecuación 4

Que se toma en una sola medida.

Su incertidumbre vendrá dada por:

$$s(n_x) = \frac{\cos(\alpha_{\text{límite}})}{\text{sen}(\alpha_{\text{límite}})} \cdot s(\alpha_{\text{límite}})$$

Ecuación 5

En el que los ángulos serán representados en radianes.

## Parte 2

Consiste en dibujar y analizar la marcha de rayos afectada por una lente convergente y otra divergente. Esto debe resultarnos familiar por los principios de convergencia y divergencia de los rayos provenientes perpendiculares respecto al eje de la lente. Lo analizaremos junto a su teoría en su respectivo momento.

## 4• Datos y Análisis de Datos

Mostraremos en este punto los datos obtenidos en cada entorno y los resultados de sus análisis. Comenzaremos con la Parte 1 del apartado anterior, pero evaluaremos sus subcategorías para cada uno de los materiales y que así sea más cómodo de leer los datos.

### Parte 1

#### Vidrio:

##### Parte 1.1 en Vidrio. Incidencia sobre el medio:

El haz de luz incide sobre la cara plana del semicilindro-lente de vidrio, por lo que seguiremos la ecuación 1 como guía.

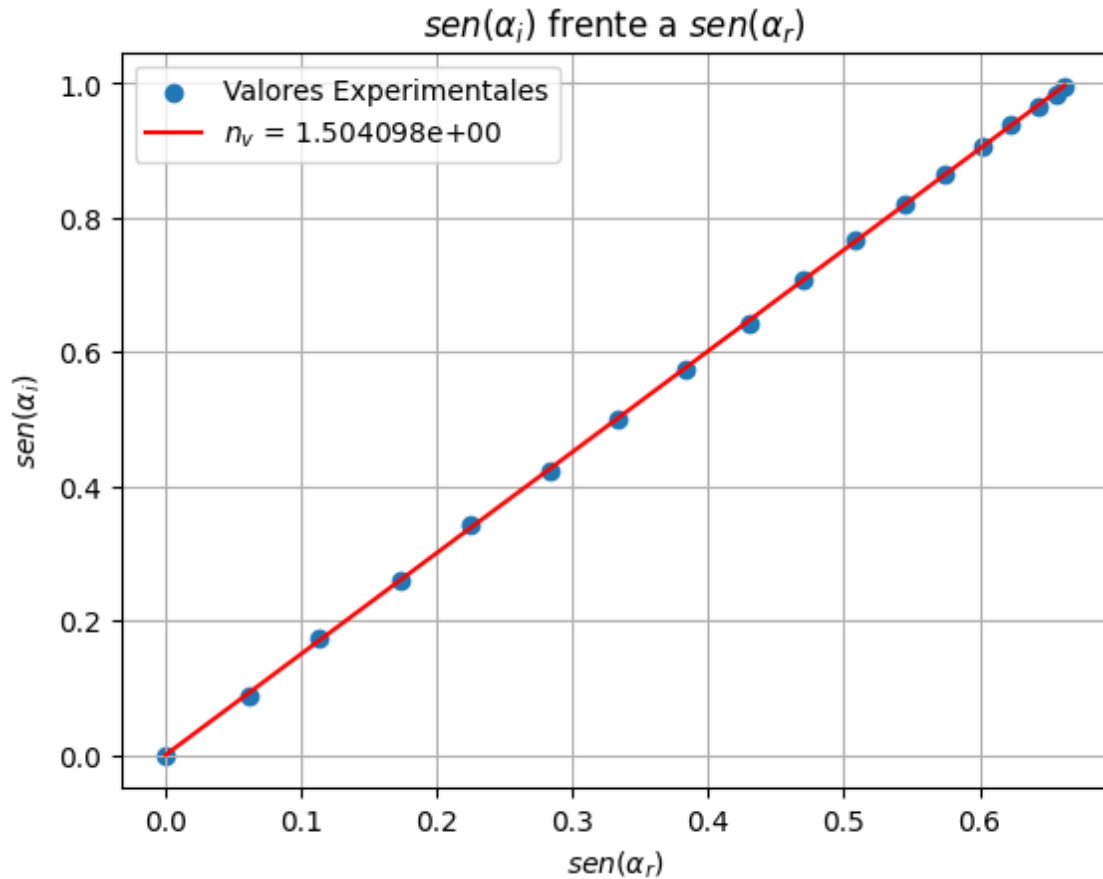
Ángulo Incidente (°) $\pm 1^\circ$	Ángulo refractado (°) $\pm 1^\circ$
0	0
5	3.5
10	6.5
15	10
20	13
25	16.5
30	19.5
35	22.5
40	25.5
45	28
50	30.5
55	33
60	35
65	37
70	38.5
75	40
80	41
85	41.5

*Tabla de Ángulos en vidrio.*

Ahora tendremos que pasar, tanto el ángulo incidente como el refractado, a radianes. Esto lo haremos directamente en el código en forma de listas combinadas zip() y usando el comando de Python math.radians(). Con esto, podremos ya representar gráficamente el seno del ángulo incidente frente al seno del ángulo refractado, así como,

ejecutando nuestro respectivo código que aplique el método de los mínimos cuadrados, los resultados obtenidos de la regresión lineal.

Generamos la gráfica y una línea de tendencia sin término independiente ya que la propia naturaleza teórica de la recta nos garantiza que pasa por el origen de coordenadas.



Gráfica en vidrio de  $\text{sen}(\alpha_i)$  frente a  $\text{sen}(\alpha_r)$ .

Y los datos obtenidos por el código de regresión lineal por mínimos cuadrados sin término independiente son los siguientes:

n_v:	1.504098
S(n_v):	0.00148307236827431
stdv:	0.0028746968036500458
r:	0.9999917360841409

Lo cual, aplicando sus respectivas cifras significativas, que tomaremos por tres, nos dice que el índice de refracción del vidrio es

$$n_{\text{vidrio}} = 1,50 \pm 0,01$$

En una recta con una constante de regresión lineal muy buena.

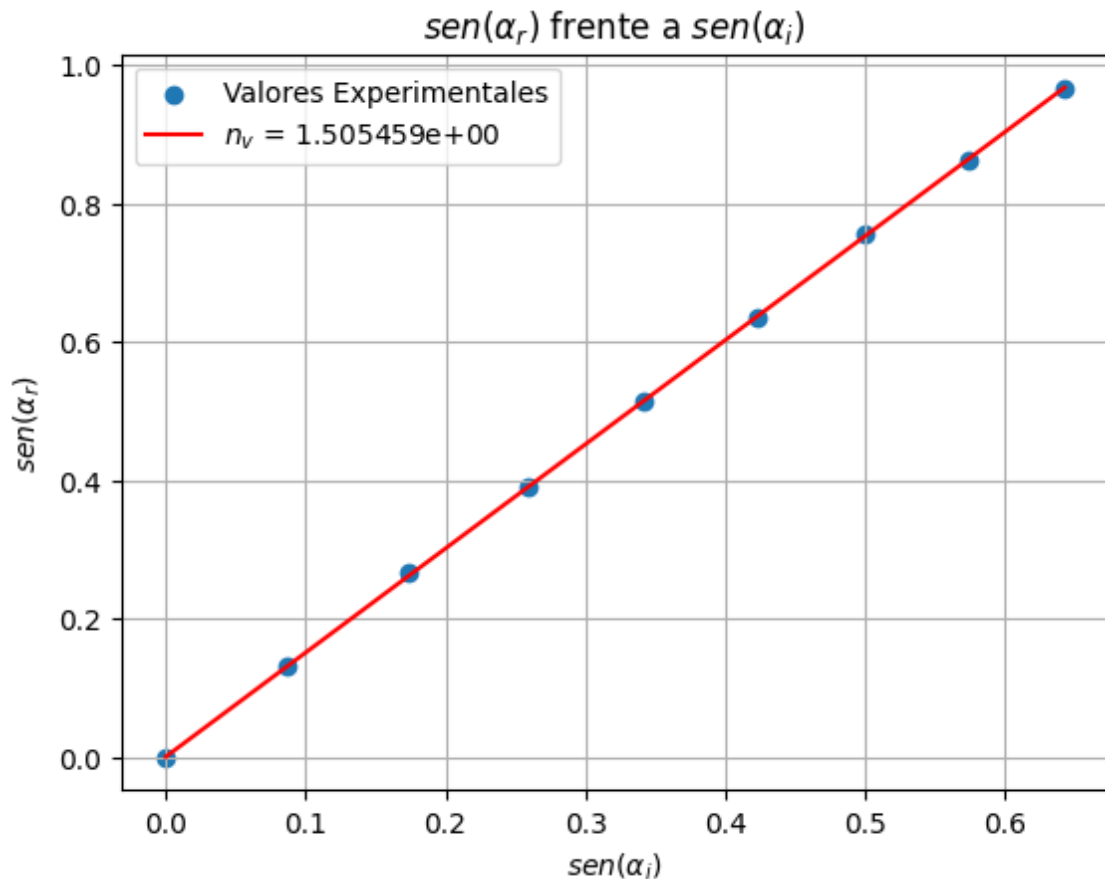
Parte 1.2 en Vidrio. Incidencia desde el medio:

Ahora el procedimiento cambia en que el rayo de luz incide sobre la cara curva de la lente, por ello la fórmula a utilizar será la de la ecuación 3 y habrá que representar el ángulo refractado (el seno de tal) frente al incidente. Por lo demás, todo se realizará como antes.

Ángulo Incidente ( $^{\circ}$ ) $\pm 1^{\circ}$	Ángulo refractado ( $^{\circ}$ ) $\pm 1^{\circ}$
0	0
5	7.5
10	15.5
15	23
20	31
25	39.5
30	49
35	59.5
40	75

Tabla de Ángulos en vidrio.

Volvemos a proceder con la gráfica y su ajuste por mínimos cuadrados sin término independiente.



Gráfica en vidrio de  $\text{sen}(\alpha_r)$  frente a  $\text{sen}(\alpha_i)$ .

Con datos nuevos que esta vez escupe el programa directamente como:

n\_v: 1.505459e+00

S(n_v):	0.002033574241459756
stdv:	0.0023996925050404727
r:	0.9999927014360385

Es decir, un índice de refracción de:

$$n_{\text{vidrio}} = 1,50 \pm 0,01$$

### Parte 1.3 Vidrio. Ángulo límite:

Buscamos manualmente, con el rayo incidente sobre la cara curva para que la luz vaya del vidrio al aire, aquel ángulo en el que este se refracte  $90^\circ$  respecto a la normal. Cuando lo encontremos usamos la ecuación 4 para encontrar el índice de refracción del vidrio y la ecuación 5 para calcular su incertidumbre.

Así es que medimos lo siguiente

Ángulo Incidente ( $^\circ$ ) $\pm 1^\circ$	Ángulo refractado ( $^\circ$ ) $\pm 1^\circ$
42	90

*Ángulo límite en el vidrio.*

Y aplicado a sus ecuaciones, que procesará el programa, tenemos de resultado:

n_v:	1.4944765498646086
S(n_v):	0.029039991676152257

Es decir:

$$n_{\text{vidrio}} = 1,49 \pm 0,03$$

### Agua:

#### Parte 1.1 en Agua. Incidencia sobre el medio:

Colocamos en un recipiente con forma de medio cilindro el líquido a evaluar, que en este caso será el agua. En esta primera parte, apuntamos con el láser a la cara plana como ya bien sabemos que hacemos siempre en la parte 1.1.

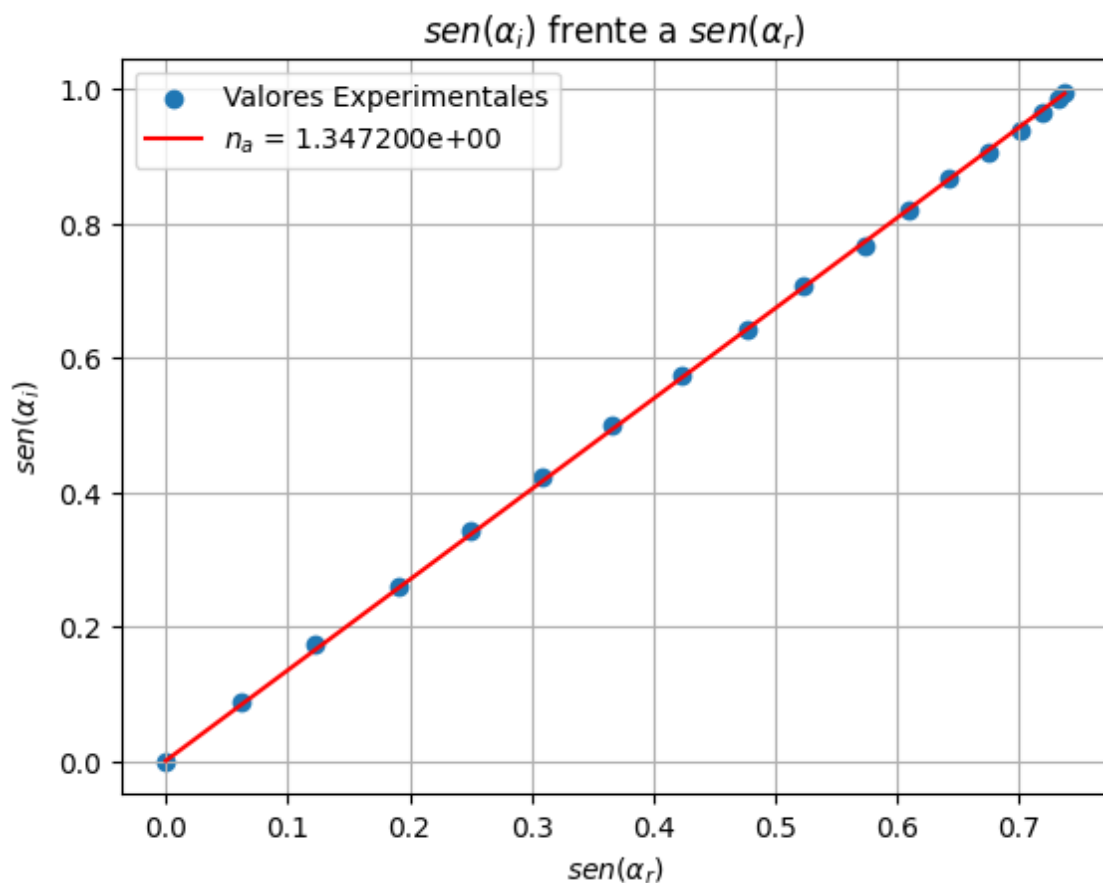
Obtenemos los siguientes datos:

Ángulo Incidente ( $^\circ$ ) $\pm 1^\circ$	Ángulo refractado ( $^\circ$ ) $\pm 1^\circ$
0	0
5	3.5
10	7

15	11
20	14.5
25	18
30	21.5
35	25
40	28.5
45	31.5
50	35
55	37.5
60	40
65	42.5
70	44.5
75	46
80	47
85	47.5

Tabla de Ángulos en agua.

Gráficamente con el método de regresión lineal con mínimos cuadrados y su gráfica y recta sin término independiente, tendríamos:



Gráfica en agua de  $sen(\alpha_i)$  frente a  $sen(\alpha_r)$ .

Con los siguientes datos de la regresión:

n_a:	1.347200e+00
------	--------------

S(n\_a): 0.0020849046928151068

stdv: 0.00451185199734164

r: 0.99997964298435

De forma aplicada, quedaría:

$$n_{agua} = 1,35 \pm 0,01$$

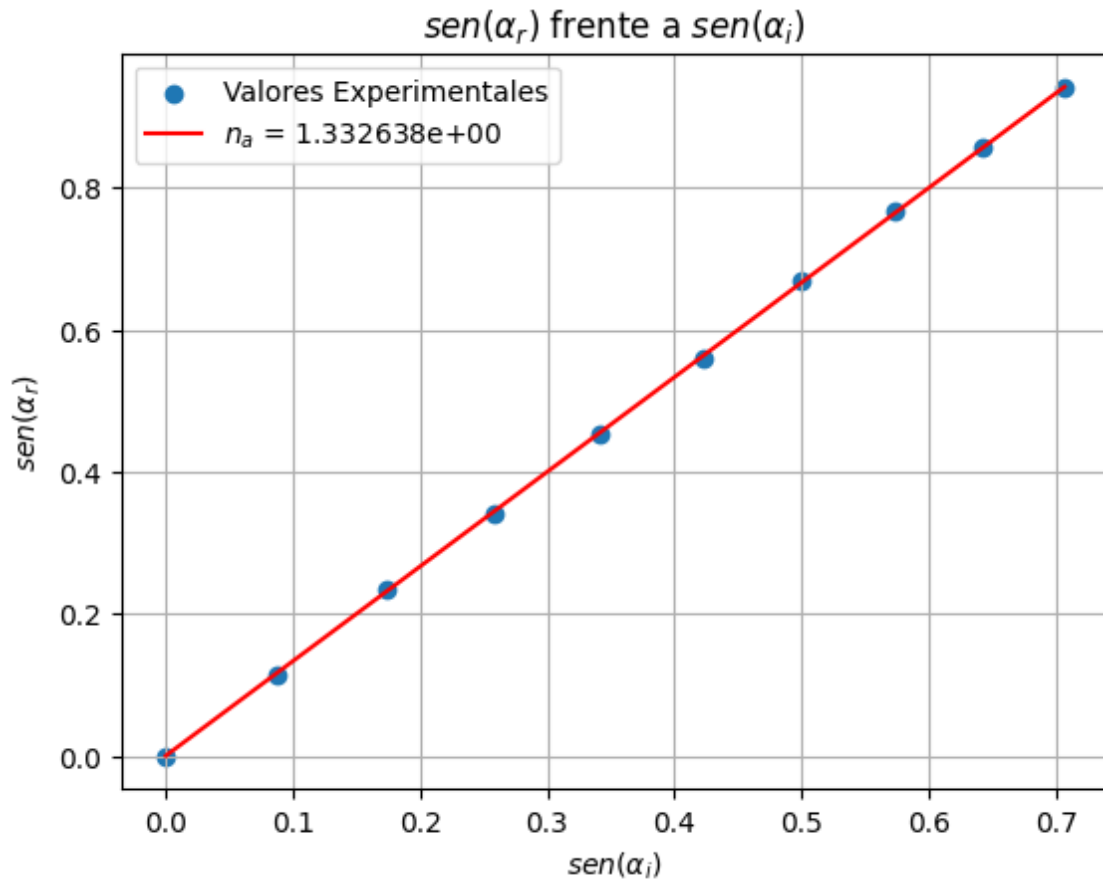
Parte 1.2 en Agua. Incidencia desde el medio:

Giramos el recipiente para que el rayo provenga por la cara curva y seguimos con el procedimiento ya conocido y repetido.

Ángulo Incidente (°) ±1°	Ángulo refractado (°) ±1°
0	0
5	6.5
10	13.5
15	20
20	27
25	34
30	42
35	50
40	59
45	70.5

*Tabla de Ángulos en agua.*

Con una representación gráfica de la refracción frente a la incidencia.



Gráfica en agua de  $\text{sen}(\alpha_r)$  frente a  $\text{sen}(\alpha_i)$ .

Y los datos de la regresión:

n_a:	1.332638e+00
S(n_a):	0.0017401038363657876
stdv:	0.0023938206456711095
r:	0.999992327555231

Valor final reducido a sus cifras significativas:

$$n_{\text{agua}} = 1,33 \pm 0,01$$

### Parte 1.3 Agua. Ángulo límite:

Volvemos a buscar el ángulo límite en la forma habitual pero esta vez con el recipiente con agua y con el láser llegando por la cara curva.

Ángulo Incidente (°) $\pm 1^\circ$	Ángulo refractado (°) $\pm 1^\circ$
48.5	90

Ángulo límite en el agua.

Que resulta que, tras sus operaciones, devuelve:

n\_a: 1.3351924182467427

S(n\_a): 0.02069050119478826

Lo cual sería interpretado como:

$$n_{agua} = 1,34 \pm 0,02$$

### Alcohol:

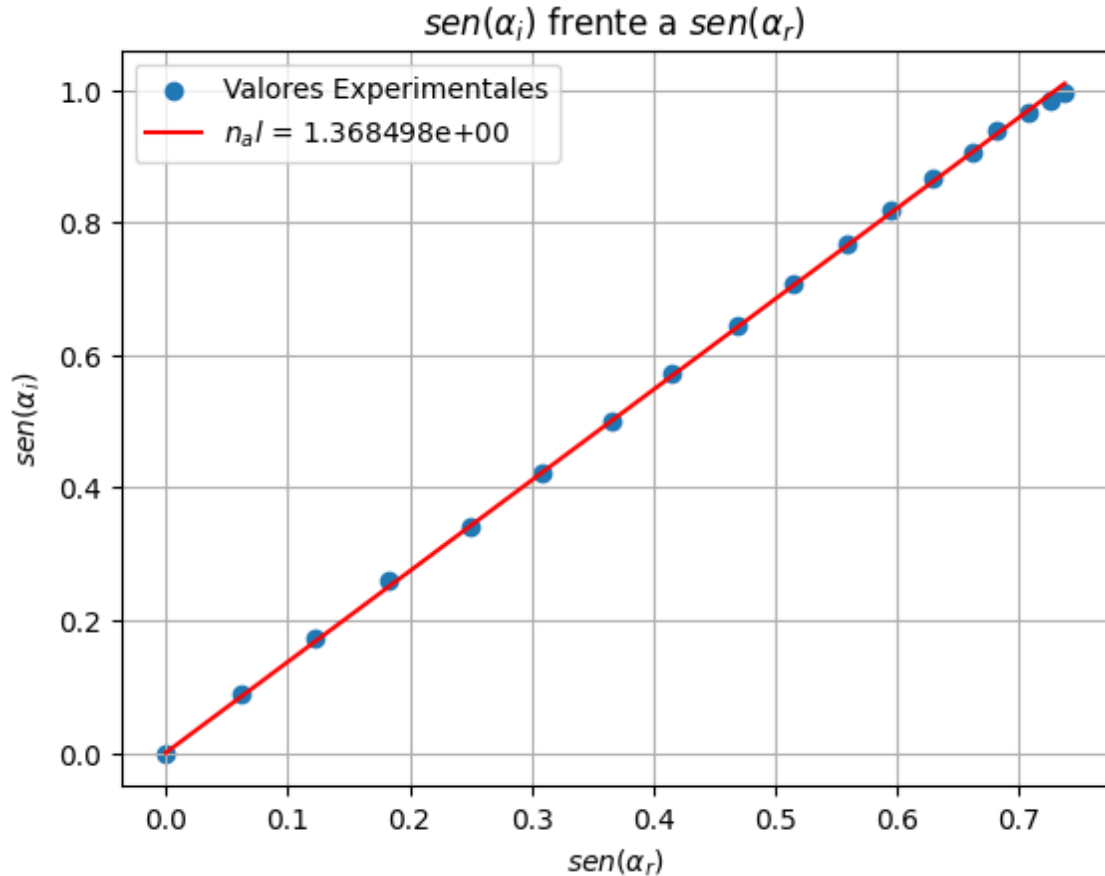
Parte 1.1 en Alcohol. Incidencia sobre el medio:

Colocamos todo de manera usual y tomamos medidas.

Ángulo Incidente (°) $\pm 1^\circ$	Ángulo refractado (°) $\pm 1^\circ$
0	0
5	3.5
10	7
15	10.5
20	14.5
25	18
30	21.5
35	24.5
40	28
45	31
50	34
55	36.5
60	39
65	41.5
70	43
75	45
80	46.5
85	47.5

*Tabla de Ángulos en alcohol.*

Se vería, en forma gráfica, de la siguiente manera:



Gráfica en alcohol de  $\sin(\alpha_i)$  frente a  $\sin(\alpha_r)$ .

Y con el ya repetido método de los mínimos cuadrados en su regresión sin término independiente, encontramos:

n_al:	1.368498e+00
S(n_al):	0.002578932468897507
stdv:	0.0054940461703779355
r:	0.9999698150011107

Así que el alcohol tendría un índice de refracción aproximado de:

$$n_{alcohol} = 1,37 \pm 0,01$$

Parte 1.2 en Alcohol. Incidencia desde el medio:

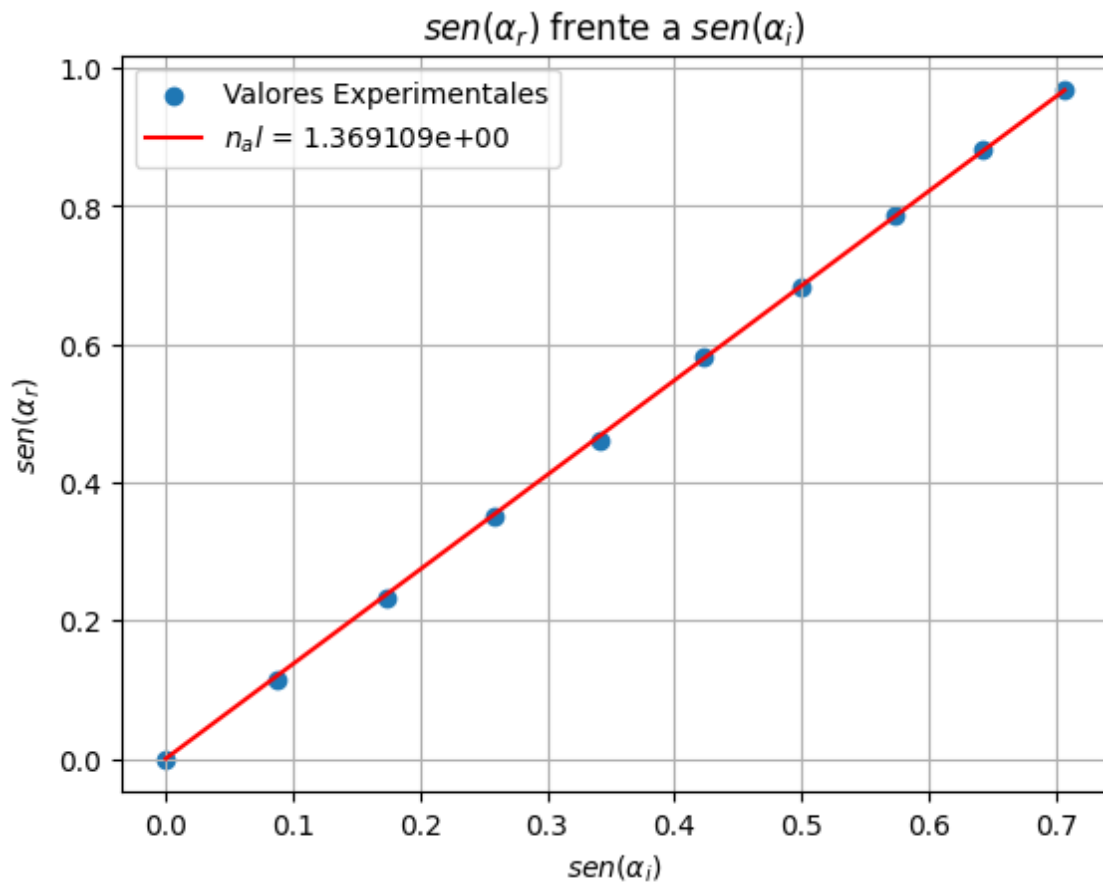
Al igual que en todas las veces, situamos la cara curva del recipiente con alcohol hacia el rayo incidente.

Ángulo Incidente (°) ±1°	Ángulo refractado (°) ±1°
0	0
5	6.5

10	13.5
15	20.5
20	27.5
25	35.5
30	43
35	52
40	62
45	76

Tabla de Ángulos en alcohol.

Con su representación gráfica inversa al del apartado anterior para obtener el índice de refracción del alcohol.



Gráfica en alcohol de  $\text{sen}(\alpha_r)$  frente a  $\text{sen}(\alpha_i)$ .

Y los datos de la regresión:

n_al:	1.369109e+00
S(n_al):	0.002938785149362876
stdv:	0.004042818834552408
r:	0.9999792671707077

Entonces podríamos representar el índice de refracción del alcohol como:

$$n_{alcohol} = 1,37 \pm 0,01$$

### Parte 1.3 Alcohol. Ángulo límite:

A mano y con precisión, pero cuidado, buscamos el ángulo a partir del cual sólo se da reflexión en el medio alcohol, así obtenemos:

Ángulo Incidente (°) $\pm 1^\circ$	Ángulo refractado (°) $\pm 1^\circ$
47	90

*Ángulo límite en el alcohol.*

Y operando con nuestro código y ejecutándolo:

```
n_al: 1.3673274610985953
```

```
S(n_al): 0.022447086625532076
```

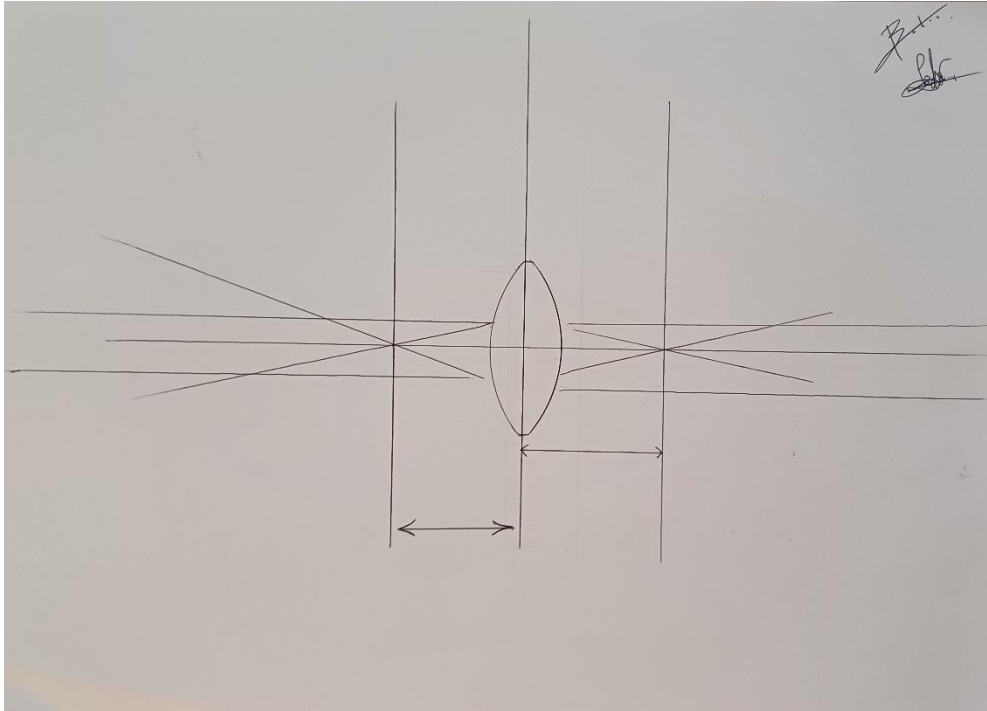
Así, es visible y razonable escribir lo siguiente:

$$n_{alcohol} = 1,37 \pm 0,02$$

## Parte 2

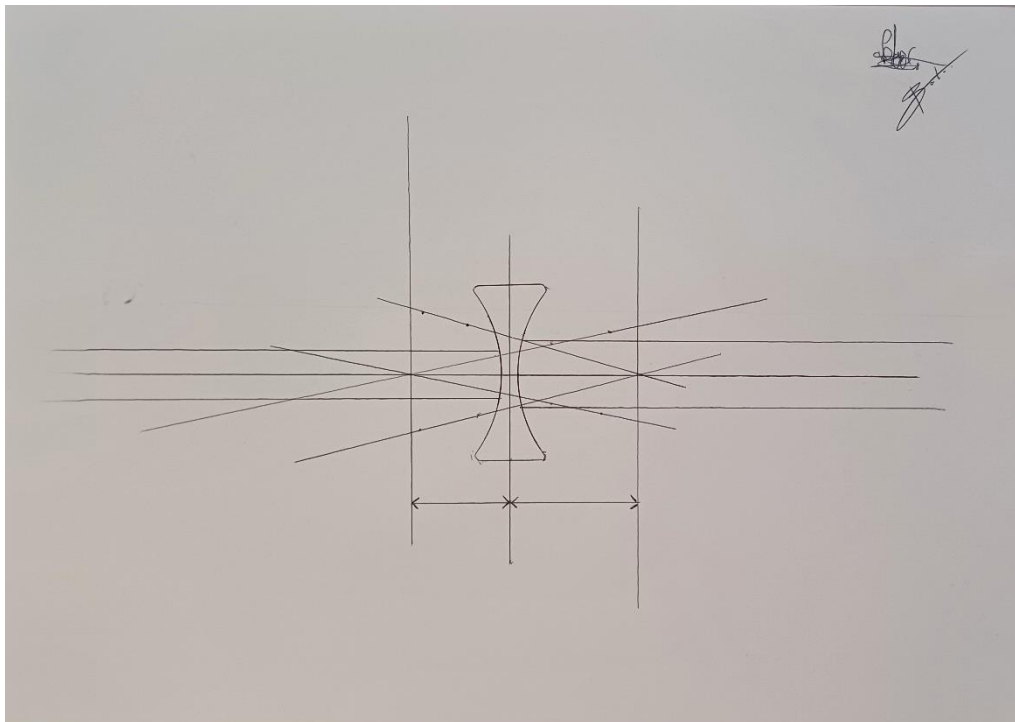
Primero, en el banco óptico, y con ayuda de los imanes, situaremos un folio blanco de forma que este esté bien fijado. A continuación, colocamos la lente convergente y, apoyándonos en ella para que no se mueva, dibujamos su contorno en el folio, así como una línea perpendicular a su eje que pase por el centro.

Tras ello, situamos de nuevo la lente en su dibujo y, con ayuda del láser, proyectamos haces de luz paralelos a la línea que recorre el papel tal que estos incidan sobre la lente y converjan a un punto. Cada una de estas rectas la dibujaremos con cuidado con regla y bolígrafo. Este proceso se realizará por los dos lados de la lente, así, serán dibujados los puntos de convergencia, que resulta ser el foco y podremos encontrarlo al ser el punto donde se cruzan las rectas.



*Plano gráfico de rayos sobre lente convergente.*

Con la lente divergente haremos lo mismo con el añadido de que para calcular el foco lo haremos de forma distinta: los rayos paralelos, al cruzar la lente, se alejaran entre ellos, por lo que deberemos “extenderlos” virtualmente hacia atrás (hacia el foco, que está en dirección a la fuente de luz) alargando sus rectas hasta que se crucen en un punto; este punto será el foco.



*Plano gráfico de rayos sobre lente divergente.*

Con los focos encontrados en ambas lentes, los marcamos y dibujamos rectas perpendiculares a la base y que pasen por estos puntos y habremos indicado el principio básico de los tipos de lente en óptica geométrica.

Como detalle, es posible observar que los focos en ambas caras de las lentes son ligeramente distintos.

## 5. Conclusión

### Parte 1

Los resultados, todos agrupados en una misma tabla serían los siguientes:

Medio	Vidrio	Agua	Alcohol	
$n_x$ Índice de refracción	Aire→Medio	$1,50 \pm 0,01$	$1,35 \pm 0,01$	$1,37 \pm 0,01$
	Medio→Aire	$1,50 \pm 0,01$	$1,33 \pm 0,01$	$1,37 \pm 0,01$
	Ángulo Límite	$1,49 \pm 0,03$	$1,34 \pm 0,02$	$1,37 \pm 0,02$

Y resulta que para todos los valores de cada medio hay un rango de coincidencia, por ello se podrían considerar valores muy aceptables, comparémoslo ahora con los reales para cada medio:

Medio	Vidrio	Agua	Alcohol
$n_x$ Índice Refracción	1,50	1,33	1,36

Que son valores que todos están en el rango de su debido apartado. Podríamos dar por resuelta en forma de resultados muy buenos esta parte del experimento.

Menciones a tener en cuenta que podría aumentar o disminuir indirectamente los valores respecto a los reales son: la calidad y pureza del vidrio, que puede variar entre distintas piezas; la temperatura, que sobre todo para el agua y el alcohol puede alterar de forma centesimal notablemente (el ambiente de laboratorio estaría a unos 20°C o más, lo que, en el agua por ejemplo, nos podría casi llegar a dar 1,34 en vez de 1,33 como índice de refracción); la pureza del agua, que no estaba destilada y, finalmente, la graduación del alcohol (siendo de 96° en nuestro caso).

### Parte 2

Mediante la observación de los planos dibujados, podemos ver de forma clara la actuación de las lentes sobre los rayos incidentes, mostrándonos las características de ambas, siendo el foco de la lente convergente situado en la zona saliente del rayo y, en las divergentes, en la zona entrante. Esto se confirma y observa perfectamente.

## 6. Bibliografía

- *Wikipedia contributors. (2024c, abril 22). Refractive index. Wikipedia.*  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Refractive\\_index#Typical\\_values](https://en.wikipedia.org/wiki/Refractive_index#Typical_values)

Técnicas Experimentales I

Laboratorio Básico

# **Práctica 6:**

# **Densidad y Viscosidad**

*Pedro Martínez Caamaño*

## 1• Objetivos

Tendremos tres objetivos distintos y dependientes de los resultados de su apartado anterior en cada uno.

Como primer objetivo tenemos dos, encontrar el volumen del picnómetro y su incertidumbre de forma experimental, ignorando las marcas impresas sobre tal instrumento por el fabricante. Tras ello, haciendo uso del valor obtenido y cierto procedimiento que hablaremos dos puntos más adelante, buscaremos la densidad de ciertos líquidos a temperatura de laboratorio, estos serán acetona y alcohol.

En la segunda parte, con el picnómetro de nuevo, trataremos de medir la densidad de un sólido difuso, con difuso nos referimos a de geometría o cantidad difíciles de medir y que usaremos un procedimiento para que esto sea fácil; nosotros usaremos de objetivo perdigones de plomo.

Para acabar, la tercera parte. Aquí usaremos material distinto pues dejaremos el picnómetro y la balanza para usar el termómetro, cronómetro y viscosímetro. Nuestro objetivo es determinar la viscosidad dinámica del alcohol y la acetona a una temperatura constante.

## 2• Material

Todos los materiales e instrumentos que utilizaremos a lo largo de las secciones de esta práctica serán:

- Balanza digital de alta precisión.
- Picnómetro.
- Cronómetro.
- Termómetro.
- Viscosímetro.
- Pera de succión.
- Soporte.
- Vaso de precipitados y vidrio de reloj.
- Materiales a Evaluar: agua, alcohol de 96°, acetona y perdigones de plomo.



*Imagen 1, líquidos a evaluar*

### 3- Procedimiento

Ya hemos mencionado las divisiones de la práctica, serán: primera parte, hallar el volumen del picnómetro y la densidad del alcohol y la acetona; segunda parte, resolver y encontrar la densidad de los perdigones de plomo; tercera y última parte, calcular las constantes necesarias a temperatura ambiente de laboratorio para luego encontrar el valor de la viscosidad dinámica del alcohol y la acetona.

Sabiendo esto, estructuraremos el conjunto en tres partes y estas a su vez, si lo requieren, en subpartes. Lo importante ahora es mostrar que procesos y cómo los realizamos en laboratorio y después comentar las ecuaciones asociadas que usaremos y los protocolos y análisis de datos que haremos. Los resultados y datos obtenidos se mostrarán en el siguiente punto, donde daremos por sentadas muchas de sus operaciones que, por ello, se encontrarán en este punto.

Recomendamos, para el subapartado tres, ir dejando un vaso de precipitados con agua para que vaya adecuándose a la temperatura ambiental, tal y como nosotros hicimos.

#### Parte 1, Volumen y Densidades

Esta primera parte será dividida en dos para más fácil e intuitivo uso de datos y procedimiento. Primero nos centraremos en encontrar el volumen del picnómetro y ya luego, en descubrir la densidad de los líquidos a evaluar.

##### 1.1, Volumen del Picnómetro

Comenzamos pesando en seco el picnómetro y anotando la medida. Tras esto, lavamos con agua tres veces para deshacernos de todo resto anterior. Con ello, llenamos el picnómetro con agua. Esto lo haremos cerrando con su tapa hasta arriba del líquido y secando los lados con cuidado con una servilleta. Así, pesaremos, vaciaremos de agua y volveremos a llenar unas diez veces. Con esta información y, tomando el valor de la densidad conocida media del agua,  $\rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3$  podremos tomar la siguiente relación para hallar el volumen:

*Ecuación 1*

$$V = \frac{m - m_p}{\rho_0}$$

Donde  $m$  es la masa del picnómetro con agua y  $m_p$  la del picnómetro en seco y vacío. Aplicando el protocolo de exclusión con  $k = 2$ , descartaremos de nuestras diez tomas valores sobresalientes y haremos una media con su incertidumbre asociada. Luego, haremos la incertidumbre combinada (media cuadrada) de tal con el error asociado al pesaje y también con el siguiente:

*Ecuación 2*

$$s(V) = \sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2 \cdot (s^2(m) + s^2(m_p))}$$

Conservaremos el resultado con su incertidumbre como valiosas herramientas para encontrar posteriores resultados. Es muy recomendable realizar un microlabado con alcohol puesto que será el siguiente material que usar.

## **1.2, Densidades de Alcohol y Acetona**

Puesto que vamos a utilizar alcohol y acetona, líquidos distintos, pero en un mismo proceso, los abarcaremos en un ejercicio general que, ya en su debido momento experimental, realizaremos por separado.

Hacemos un microlabado con el líquido a evaluar para deshacernos de muestras contaminadas que puedan alterar los resultados.

Con ello, tomamos diez medidas de un xeito muy similar al realizado con el agua, llenar el picnómetro de forma correcta hasta desbordar, secar el exterior, pesar y vaciar el contenido en un vaso de precipitados y así diez veces. Haremos lo mismo que antes al tratar los datos en forma de media y con su, si es necesaria, exclusión. La fórmula ya resumida ahora será la siguiente:

*Ecuación 3*

$$\rho = \frac{m'}{m}$$

Donde  $m'$  es la masa del líquido contenida en el picnómetro (sin contar el peso del recipiente) y  $m$  la masa de agua antes medida.

Otra vez tomaremos la incertidumbre combinada de la asociada a la media y a:

*Ecuación 4*

$$s(\rho) = \sqrt{\left(\frac{1}{m}\right)^2 \cdot s^2(m') + \left(\frac{m'}{m^2}\right)^2 \cdot s^2(m)}$$

Representamos con esto, la densidad con su incertidumbre.

## **2, Densidad de sólidos (Plomo)**

Es conocida ya la manera de hallar la densidad de líquidos o figuras con geometría sencilla como cubos o esferas, pero ¿qué ocurre con un sólido no diluible en agua difuso o de geometría compleja?, este es el caso que nos corresponde, así que el procedimiento será el siguiente.

Tomamos el material a evaluar, que en nuestro caso será plomo en forma de pequeños perdigones. Situamos en la balanza el vidrio de reloj y taramos, con esto podemos colocar ya una cantidad a ojo suficiente de estas pequeñas bolas (es recomendable situar entre 334 y 338 de estas diminutas y casi innumerables bolas para nuestro caso, pese a que lo intentaremos, si no, podremos lidiar con la imperfección asociada a la falta de habilidad humana).

Con el peso anotado, colocamos todos y cada uno de los perdigones en el picnómetro y lo llenamos hasta que rebose de agua tal y como hicimos antes. Así, pesamos de nuevo el conjunto de perdigones, picnómetro y agua y anotamos este valor. Así, diez

veces, tomaremos esta medida, pero quitando algo de agua y volviéndola a llenar para mostrar varianza.

De esta forma, ahora deberíamos aplicar la siguiente ecuación para saber la densidad del líquido interior:

Ecuación 5

$$\rho_s = \frac{m_{\text{sólido}}}{m_{\text{sólido}} + (m_{\text{agua}} + m_{\text{picnómetro}}) - m_{\text{picnómetro con agua y sólido}}}$$

Como es curioso saber el porqué y cómo se llega a esta ecuación, dejaré una breve demostración poco comentada pero fácil de deducir:

$$m_{\text{total}} = m_{\text{picnómetro}} + m_{\text{sólido}} + \rho_{\text{agua}} \cdot \Delta V; \text{ tal que: } \Delta V = V_{\text{picnómetro}} - V_{\text{sólido}} \\ = V_{\text{picnómetro}} - \frac{m_{\text{sólido}}}{\rho_{\text{sólido}}}; \text{ sustituimos en la primera parte con } \Delta V \text{ y despejamos } V_{\text{picnómetro}};$$

*luego igualamos a la Ecuación 1 y despejamos  $\rho_{\text{sólido}}$*

Igual que antes y que siempre, realizaremos la media con exclusión con  $k = 2$  y ello hará dar valor a  $m_{\text{picnómetro con agua y sólido}}$ . Con este arduo trabajo digno de Hefesto, encontraremos la incertidumbre asociada con la siguiente ecuación (en la que, por acortar,  $m = m_{\text{agua}} + m_{\text{picnómetro}}$  y  $m_t = m_{\text{picnómetro con agua y sólido}}$ ):

Ecuación 6

$$s(\rho_s) = \sqrt{\left(\frac{m - m_t}{(m_{\text{sólido}} + m - m_t)^2}\right)^2 \cdot s^2(m_{\text{sólido}}) + \left(\frac{m_{\text{sólido}}}{(m_{\text{sólido}} + m - m_t)^2}\right)^2 \cdot (s^2(m) + s^2(m_t))}$$

Y con estas fórmulas tan poco aparatosas y tan memorizables, veremos el buscado resultado de la densidad del sólido, el plomo, con su error asociado.



Imagen 2,  $336 \pm 1$  perdigones de plomo.

### 3.1, Constante del Viscosímetro

En esta nueva parte, viscosidad, ante de hallar el coeficiente de viscosidad dinámica del alcohol y del agua (medida en poise, unidad nueva para muchos de nosotros) deberemos saber la constante asociada al viscosímetro.

Todo viscosímetro consiste en un recipiente curvo abierto con dos marcas en regiones estrechas arriba y debajo de una burbuja de vidrio. Será entre estas regiones en las que se medirá el tiempo en cruzar un plano del líquido. Con el conocimiento de la información de este tiempo, de la densidad del líquido y de la constante, tendríamos la viscosidad dinámica.

*Ecuación 7*

$$\eta = k \cdot \rho \cdot t$$

Y para conocer la k de la ecuación, despejaremos y utilizaremos una  $\eta$  calculada y conocida. ¿De dónde podremos obtener una  $\eta$  inicial?, del agua. Esto será en un entorno de temperatura conocida; recomendamos medir la temperatura del líquido y de la habitación, pero dar preferencial a la del líquido aún estando a “temperatura ambiente”.

Tal incertidumbre será:

*Ecuación 8*

$$s(k) = \sqrt{\left(\frac{\eta}{\rho \cdot t^2}\right)^2 \cdot s^2(t)}$$

Partiendo de la ecuación:

*Ecuación 9*

$$\ln\left(\frac{\eta}{\eta_{20}}\right) = \frac{1,2348 \cdot (20 - T) - 0,001467 \cdot (T - 20)^2}{T + 96}$$

Donde T es la temperatura y  $\eta_{20}$  nosotros la tomaremos como constante con valor de 0,01 poise. Podremos despejar de esta ecuación  $\eta$  así:

*Ecuación 10*

$$\eta = \eta_{20} \cdot e^{\frac{1,2348 \cdot (20 - T) - 0,001467 \cdot (T - 20)^2}{T + 96}}$$

Con una compleja incertidumbre que mostraremos a continuación:

*Ecuación 11*

$$s(\eta) = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial T}\right)^2 \cdot s^2(T)}$$

Concluyendo sus debidas ecuaciones, obtendremos la constante asociada al viscosímetro con los valores obtenidos de la naturaleza del agua.

### **3.2, Viscosidad del Alcohol y Acetona**

Resultará realmente sencillo ahora calcular el coeficiente dinámico de viscosidad del alcohol y acetona ya que tan solo tendremos que aplicar la ecuación 7 con una incertidumbre tal:

*Ecuación 12*

$$s(\eta) = \sqrt{(\rho \cdot t)^2 \cdot s^2(k) + (k \cdot \rho)^2 \cdot s^2(t) + (t \cdot k)^2 \cdot s^2(\rho)}$$

Y con esto, presentamos resultados y ya habremos obtenido todo lo buscado. Cabe destacar que, antes de cambiar de líquido, es necesario realizar uno o varios micro lavados y lavados, así como limpiar restos de las peras de succión que sufren en agonía su desgaste y nos lo dejan ver llenando de trocitos el tubo por dentro.



*Imágenes 3 y 4, Viscosímetro en funcionamiento*

## **4· Datos y Análisis de Datos**

Damos parte a la parte realmente experimental, enseñar y depurar toda la información obtenida. Como ya hemos establecido las pautas, bailaremos entre los apartados del punto anterior de forma menos extensa pero más analítica.

## 1.1, Volumen del Picnómetro

Sabemos lo que tenemos que hacer, esto es tomar medidas. Empezamos tomando de referencia la masa del picnómetro en seco, que resulta ser:

$$m_{\text{picnómetro}} = 19,094 \pm 0,001 \text{ g}$$

Y, con agua y el valor de la masa del picnómetro de forma cuasi intrínseca, tenemos las siguientes medidas:

Tabla 1, Picnómetro con Agua

Peso $\pm 0,001$ (g)
45,293
45,280
45,294
45,291
45,286
45,307
45,292
45,281
45,288
45,286

Si hacemos la media y su incertidumbre y luego aplicamos un  $k=2$  para excluir valores, vemos que 45,307 saldría de la lista, rehaciendo todos los cálculos tendríamos que la masa media del picnómetro con agua es:

$$m_{\text{picnómetro con agua}} = 45,288 \text{ g}$$

Y la del agua interior quedaría tal que:

$$m_{\text{agua}} = 26,194 \pm 0,002 \text{ g}$$

De tal manera, utilizando la ecuación 1 y 2, obtendríamos que el volumen del picnómetro equivale a:

$$V_{\text{picnómetro}} = 26,194 \pm 0,002 \text{ ml}$$

## 1.2, Densidades de Alcohol y Acetona

Utilizando el valor de la masa de agua, será sencillo ahora encontrar el valor de la densidad del alcohol y la acetona utilizando las ecuaciones 3 y 4. Comenzamos con el alcohol.

### Alcohol

Siendo nuestra información de picnómetro con alcohol obtenida la siguiente:

Tabla 2, Picnómetro con Alcohol

Peso $\pm 0,001$ (g)
----------------------

40,240
40,206
40,189
40,202
40,174
40,169
40,157
40,150
40,155
40,160

Resulta que, haciendo la media con exclusión, excluimos el primer valor. Por ello, y rehaciendo, quedaría una masa interior de alcohol de:

$$m_{alcohol} = 21,080 \pm 0,007 \text{ g}$$

Lo cual entonces, en términos de densidad, con las ecuaciones 3 y 4 siendo aplicadas nos quedaría que:

$$\rho_{alcohol} = 0,805 \pm 0,031 \text{ g/ml}$$

### **Acetona**

Partiendo del mismo protocolo de exclusión y media, aplicado a los siguientes valores del picnómetro con acetona, operaremos para obtener su media y la de la densidad.

Tabla 3, Picnómetro con Acetona

Peso $\pm 0,001$ (g)
40,308
40,265
40,272
40,194
40,238
40,234
40,247
40,264
40,255
40,257

Tocaría ahora excluir dos valores, que serían 40,308 y 40,194, con esto tendríamos una masa media de acetona dentro del picnómetro tal que:

$$m_{acetona} = 21,160 \pm 0,005 \text{ g}$$

Que se traduce en una densidad dada por:

$$\rho_{acetona} = 0,808 \pm 0,031 \text{ g/ml}$$

## **2, Densidad de sólidos (Plomo)**

Tomamos aproximadamente  $336 \pm 1$  perdigones de plomo que, pesados en seco equivaldría a:

$$m_{\text{perdigones}} = 13,427 \pm 0,001 \text{ g}$$

Y, una vez en el picnómetro con agua, tendríamos tales valores:

Tabla 4, Picnómetro con agua y perdigones

Peso $\pm 0,001$ (g)
57,508
57,512
57,512
57,567
57,506
57,508
57,538
57,541
57,533
57,511

Es momento de sacrificar valores, los números han hablado y han decidido en consenso en su protocolo de media con exclusión con  $k = 2$ , retirar como ofrenda a Gauss el valor 57,567. Nos daría el siguiente resultado de media:

$$m_{\text{perdigones con agua}} = 57,519 \pm 0,005 \text{ g}$$

Así, dando uso a las ecuaciones 5 y 6, quedaría:

$$\rho_{\text{plomo}} = 11,226 \pm 0,050 \text{ g/ml}$$

Que ya comprobaremos en la conclusión final.

### 3.1, Constante del Viscosímetro

Buscando la constante del viscosímetro, debemos usar el vaso de precipitados preparado de la primera parte, que ya debería estar a temperatura ambiente. Con el termómetro de pared del laboratorio comparamos su valor al que mide el termómetro en el vaso de precipitados con agua:

$$T^{\text{a}}_{\text{ambiental}} = 23,9 \text{ }^{\circ}\text{C}; T^{\text{a}}_{\text{agua}} = 22,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

De estos exóticos valores para ser Galicia, nos quedaremos con el de la Temperatura del agua, que, quizás, durante la propia práctica, nos altere ligeramente los resultados finales pues este recipiente con agua aún se está a calentar.

Se comienza con, despejando de la ecuación 9  $\eta$  y obteniendo la ecuación 10, aplicando la temperatura dicha y  $\eta_{20} = 0,001 \text{ poise}$  así como la incertidumbre dada por la ecuación 11. Finalmente, nos debería dar, para el agua el siguiente valor:

$$\eta_{\text{agua}} = 0,00976 \pm 0,00010 \text{ poise}$$

Es en este preciso momento cuando tomamos las medidas, con el viscosímetro, de tiempo en caer el agua. Cabe destacar que la incertidumbre ahora no será la del cronómetro, sino el tiempo de reacción humana que, de todos los valores encontrados en

internet, hemos decidido (incluso poniendo a prueba con nosotros mismos) dejarlo en 0,25 segundos (pese a que, en las pruebas de reacción, que dio una media de 280 ms, lo aproximaremos a 250 ms). La tabla de tiempos es la siguiente

Tabla 5, Viscosímetro con agua

Tiempo $\pm$ 0,25 (s)
108,35
108,40
108,57
107,28
107,47
107,16
107,12
106,66
106,65
106,65

Debemos buscar la media y excluir valores. Da la suerte que no toca excluir ninguna de las medidas pues son todo valores muy similares.

$$t_{\text{viscosímetro con agua}} = 107,43 \pm 0,35 \text{ s}$$

Utilizando la ecuación 7 despejada para k y la ecuación 8, acabamos resolviendo la constante de nuestro viscosímetro, que sería:

$$k = (9,087 \pm 0,096) \cdot 10^{-5} \frac{\text{poise} \cdot \text{ml}}{\text{g} \cdot \text{s}}$$

### 3.2, Viscosidad del Alcohol y Acetona

Separamos el procedimiento entre Alcohol y Acetona, pero será mecánico y el mismo: tomar medidas del tiempo del líquido en superar sus metas en el viscosímetro, realizar la media de tiempo con su incertidumbre, aplicar las ecuaciones 7 y 12 y ya resolver.

#### Acetona

Acumulamos las siguientes rápidas medidas:

Tabla 6, Viscosímetro con acetona

Tiempo $\pm$ 0,25 (s)
60,28
60,50
60,59
59,38
62,47
60,33

58,38
60,63
58,63
58,34

Sin excluir nada en absoluto, tenemos de tiempo medio:

$$t_{\text{viscosímetro con acetona}} = 59,95 \pm 0,48 \text{ s}$$

Aplicando a las ecuaciones 7 y 12:

$$\eta_{\text{acetona}} = 0,00440 \pm 0,00018 \text{ poise}$$

### Alcohol

De forma idéntica en proceso, para el alcohol tenemos seis medidas (por falta de tiempo en laboratorio):

Tabla 7, Viscosímetro con alcohol

Tiempo $\pm 0,25$ (s)
188,56
193,50
196,44
195,63
196,65
198,72

Tampoco excluimos nada, obteniendo una media de:

$$t_{\text{viscosímetro con alcohol}} = 194,92 \pm 1,47 \text{ s}$$

La cual transformamos, mediante los valores de k y las ecuaciones 7 y 12, en:

$$\eta_{\text{alcohol}} = 0,01425 \pm 0,00057 \text{ poise}$$

## 5. Conclusión

Compararemos los valores calculados en laboratorio con los reales que podemos encontrar en internet a ver si resultan similares.

### Densidades de Alcohol y Acetona

	$\rho_{\text{experimental}} \left(\frac{g}{ml}\right)$	$\rho_{\text{teórico}} \left(\frac{g}{ml}\right)$
Alcohol	$0,805 \pm 0,031$	0,789
Acetona	$0,808 \pm 0,031$	0,784

### Densidad de sólidos (Plomo)

	$\rho_{\text{experimental}} \left(\frac{g}{ml}\right)$	$\rho_{\text{teórico}} \left(\frac{g}{ml}\right)$

Plomo	$11,226 \pm 0,050$	11,340
-------	--------------------	--------

### Viscosidad del Alcohol y Acetona

Con un viscosímetro con el valor de k,

$$k = (9,087 \pm 0,096) \cdot 10^{-5} \frac{\text{poise} \cdot \text{ml}}{\text{g} \cdot \text{s}}$$

	$\eta_{\text{experimental}} (\text{poise})$	$\eta_{\text{teórico}} (\text{poise})$
Alcohol	$0,01425 \pm 0,00057$	0,012
Acetona	$0,00440 \pm 0,00018$	0,0032

En el caso de las densidades líquidas, tenemos valores muy buenos que coincide con los “reales”. En el caso del sólido también, nos acercamos bastante al valor real, aún así, podemos considerar excelentes todos estos resultados.

Luego ya al observar los coeficientes de viscosidad dinámica vemos, en el alcohol, una similitud muy grande, pero en la acetona un error ciertamente grande. Hay causas no tenidas en cuenta que podríamos mencionar que puedan haber llevado a tal error: la pera de succión estaba en cierto mal estado, con pequeñas regiones de fuga (rotura) que no permitían un buen vacío así como su extremo desgaste que hacía que el líquido a evaluar fuera contaminado por partículas imposibles, pese a nuestros esfuerzos, de eliminar que daban un carácter más impuro a la concentración; también nuestro puesto de trabajo estaba al sol, lo que podía afectar a la evaporación de estos líquidos o la variación de su viscosidad dinámica. Quitando esto, los resultados han sido bastante buenos y podrían ser dignos de tener en cuenta.

## 6• Bibliografía

- *Viscosity of Liquids and Gases. (s. f.).* <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Tables/viscosity.html>
- *Wikipedia contributors. (2024d, abril 30). Density. Wikipedia.* <https://en.wikipedia.org/wiki/Density>
- *Wikipedia contributors. (2024e, mayo 6). Viscosity. Wikipedia.* <https://en.wikipedia.org/wiki/Viscosity>

10/04

## DENSIDAD Y VISCOSIDAD

1ª PARTE VOLUMEN PICO METRO

1º Llenamos el vaso de picómetro con agua y dejamos reposar a T° de Lab. (20°C ± 21,5°C)

Σ<sub>agua</sub>: Peso picómetro: 19,094 ± 0,004 g (en res luego se lava con agua dest.)

Medida	Peso (g)	Viscosidad (g)
1	45,293	0,001g
2	45,280	0,001g
3	45,294	0,001g
4	45,291	0,001g
5	45,286	0,001g
6	45,307	0,001g
7	45,292	0,001g
8	45,287	0,001g
9	45,288	0,001g
10	45,286	0,001g

10-04-2024  
Pablo

Microbalabs

### Picos con Acetal

Medida	Peso (g)	Viscosidad (g)
1	40,240	0,001
2	40,206	0,001
3	40,189	0,001
4	40,202	0,001
5	40,174	0,001
6	40,169	0,001
7	40,157	0,001
8	40,150	0,001
9	40,155	0,001
10	40,160	0,001

Microbalabs

Medida	Peso (g)	Viscosidad (g)
1	40,308	0,001
2	40,265	0,001
3	40,272	0,001
4	40,194	0,001
5	40,237	0,001
6	40,234	0,001
7	40,247	0,001

10-04-2024  
Pablo

Medida	Peso (g)	Viscosidad (g)
8	40,264	0,001
9	40,255	0,001
10	40,257	0,001

## 2DA PARTE DENSIDADES SÓLIDOS

Res. leblan (trazado): 13,427g ± 0,001g  
1 Res. = 0,04g

Medida	Peso (g)
1	57,508
2	57,512
3	57,512
4	57,567
5	57,506
6	57,508
7	57,538
8	57,541

10-04-2024  
Pablo

## 3ERA PARTE VISCOSIMETRÍA

Se hidrata en agua, muestra degradable.  
Se muestra en el tiempo de reacción humana en

T° agua: 22,5°C T° res: 22°C

Medida	Tiempo (s)
1	108,35
2	108,40
3	108,57
4	107,29
5	107,47
6	107,16
7	107,12
8	106,66
9	106,65
10	106,65

10-04-2020  
Dato

Aseton

Medula	Tempo (s)
1	60,28
2	60,50
3	60,59
4	59,38
5	62,47
6	60,33
7	58,38
8	60,63
9	58,63
10	58,34

8	
9	
10	

Alkohol

3108,50

Medula	Tempo (s)
1	188,56
2	193,50
3	196,44
4	195,63
5	196,65
6	198,72
7	

Técnicas Experimentales I

Laboratorio Básico

# **Práctica 7:**

## **Campo Magnético creado por dos Bobinas Paralelas (Bobinas Helmholtz)**

*Pedro Martínez Caamaño*

## 1· Objetivos

Tendremos dos objetivos a obtener a lo largo de este experimento.

El primero de ellos será medir el campo magnético generado por las dos bobinas en función de la distancia entre estas así como del sensor a distintos puntos de un mismo eje. Tras ello, se representará gráficamente para ver su parecido con los valores predichos por la ecuación de la teoría.

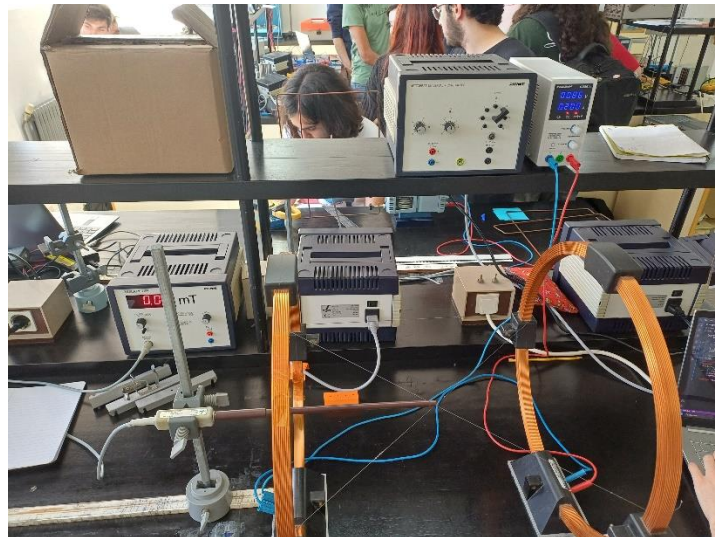
El segundo objetivo será calcular la constante de permeabilidad magnética del vacío, que representa una de las constantes fundamentales en el ámbito del electromagnetismo.

## 2· Material

Los instrumentos necesarios para alcanzar dichos objetivos son los siguientes:

- Dos bobinas.
- Fuente de corriente eléctrica.
- Amperímetro (o selector tal en polímetro).
- Metro de medir fijado a la mesa, otro metro libre para tomar medidas adicionales.
- Teslámetro con sonda Hall axial para medir el campo magnético.
- Cuerda o hilo, la usaremos para tomar el punto central entre bobinas.
- Amarraderas de distintos tamaños para marcar la distancia exacta entre bobinas.

Veamos una representación de como podría situarse tal equipo.



## 3· Procedimiento

Tendremos dos partes, con dos objetivos distintos; es por ello que dividiremos el procedimiento y nuestras instrucciones en dos apartados.

## Parte 1

El objetivo, ya mencionado antes, es medir y representar las curvas del campo magnético generado por las bobinas frente a la distancia, en un eje, al punto central del sistema de las dos bobinas.

La fórmula principal que utilizaremos, que representa tal campo en el eje z (siendo z la normal a la superficie de las tapas del sistema cilíndrico de ambas bobinas) es la siguiente:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{2R} \cdot \left[ \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z - \frac{a}{2}}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z + \frac{a}{2}}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

Ecuación 1

Donde los parámetros son:

- $\mu_0$ : Constante de Permeabilidad magnética en el vacío. Vale  $4\pi \cdot 10^{-7}$ .
- $R$ : Radio de las bobinas (ambas son idénticas), será en nuestro caso de 0,20 m.
- $a$ : Distancia entre las dos bobinas, irá variando para distintas medidas, pero será entre 10 cm, 20 y 40 cm.
- $I$ : Intensidad que circula por las bobinas. En la primera parte será constante, valiendo  $2,500 \pm 0,001$  A.
- $N$ : Número de espiras o vueltas que posee la bobina, en nuestro caso, 154.
- $z$ : Distancia entre el punto central de ambas bobinas (que tomaremos como 0) y la sonda de medida del teslámetro. Este será siempre en el mismo eje.

Y su incertidumbre teórica se podría observar de la siguiente aparatosa manera:

$$s(B) = \sqrt{s^2(I) \cdot \left( \frac{M \cdot N \cdot \left( \frac{1}{\left(z + \frac{a}{2R}\right)^2 \cdot \left|z + \frac{a}{2R}\right| + 1} + \frac{1}{\left(z - \frac{a}{2R}\right)^2 \cdot \left|z - \frac{a}{2R}\right| + 1} \right)}{2R} \right)^2 + s^2(z) \cdot \left( \frac{I \cdot M \cdot N}{2R} \cdot \left( -\frac{3 \left(x + \frac{a}{2R}\right) \cdot \left|x + \frac{a}{2R}\right|}{\left(\left(x + \frac{a}{2R}\right)^2 \cdot \left|x + \frac{a}{2R}\right| + 1\right)^2} - \frac{3 \left(x - \frac{a}{2R}\right) \cdot \left|x - \frac{a}{2R}\right|}{\left(\left(x - \frac{a}{2R}\right)^2 \cdot \left|x - \frac{a}{2R}\right| + 1\right)^2} \right) \right)^2}$$

Ecuación 2

Ahora bien, hay otra manera de calcular el error asociado al teórico, y este es comparando cada punto de la gráfica que formaremos con los datos experimentales, con el punto esperado teóricamente de la fórmula 1. Así, la desviación cuadrática de las medidas experimentales sería la siguiente:

$$s = \left( \frac{\sum (B_{exp} - te\acute{o}rico)^2}{N} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Ecuación 3

Es decir, que haciendo uso de estas tres fórmulas tendremos que medir el campo magnético a lo largo de un eje respecto a las bobinas en tres situaciones totales. La primera será separando ambas bobinas 20 cm, para el segundo caso se separará 10 cm; estos dos serán haciendo uso de unos soportes que ya tenemos en laboratorio. Para el tercer caso, separaremos las bobinas 40 cm con precisión y cuidado, pues, en nuestro caso, no disponemos de tales agarraderas. Para cada caso, lo primero que haremos será, con la cuerda formando una cruz pasando a través de todas las partes de las bobinas, encontrar el centro. A continuación, colocaremos la sonda con su eje fijo de forma perpendicular a las bobinas para que pueda deslizarse sin desviarse demasiado de tal eje. Tras ello, con la corriente ya circulando, tomaremos medidas cada medio centímetro desde el centro hacia fuera en un lado y luego intentando completar para el otro lado. Con esto hecho solo quedará organizar y tratar y representar los datos. Una vez acabado obtendremos y podremos comparar los resultados con los esperados.

## Parte 2

En este nuevo caso, se tomarán menos medidas y será más sencillo. El procedimiento será, con todo el sistema montado igual que en el resto de pruebas anteriores, mantendremos la sonda del teslámetro fija en  $z=0$  y, con un cierto  $a$ , que variaremos al igual que en la parte anterior en tres secciones diferentes con las bobinas a distintas distancias, siendo  $a$  o  $2R$ ,  $R$  o  $R/2$ . La variable principal de este apartado será la intensidad, la iremos alterando a intervalos de 0.2 Amperios desde 0 hasta 3.2 Amperios. Mediremos el campo magnético y lo representaremos frente a la intensidad para obtener una recta de cuya pendiente podremos obtener la constante de permeabilidad magnética en el vacío. Para ello haremos uso de la siguiente ecuación:

$$\mu_0 = \frac{2 \cdot B \cdot R}{I \cdot N} \cdot \left[ \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z - \frac{a}{2}}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z + \frac{a}{2}}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right]^{-1}$$

Ecuación 4

Y, dando uso a esa ecuación, podremos obtener la incertidumbre con la siguiente fórmula.

$$s(\mu_0) = \sqrt{s^2(I) \cdot \left( \frac{2B \cdot R}{N \cdot I^2 \cdot \left( \left(1 + \frac{a^2}{4R^2}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{\left(1 + \frac{a^2}{4R^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right)} \right)^2 + s^2(B) \cdot \left( \frac{2R}{N \cdot I \cdot \left( \left(1 + \frac{a^2}{4R^2}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{\left(1 + \frac{a^2}{4R^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right)} \right)^2}$$

Ecuación 5

Que será para cada punto por lo que haríamos una media cuadrada. Intentaremos para todas las partes, tomar siempre tres cifras significativas.

## 4- Datos y Análisis de Datos

Comenzamos ahora mostrando los datos obtenidos y sus operaciones y representaciones.

### Parte 1

Ya sabemos que tenemos distintas medidas y gráficas según la distancia entre bobinas, así que iremos por el orden de realización en el laboratorio. Cabe que decir que habrá elementos que supondremos constantes y con incertidumbre nula, como el radio, el número de espiras o la distancia entre bobinas.

#### *Para $a = 0.2\text{ m}$*

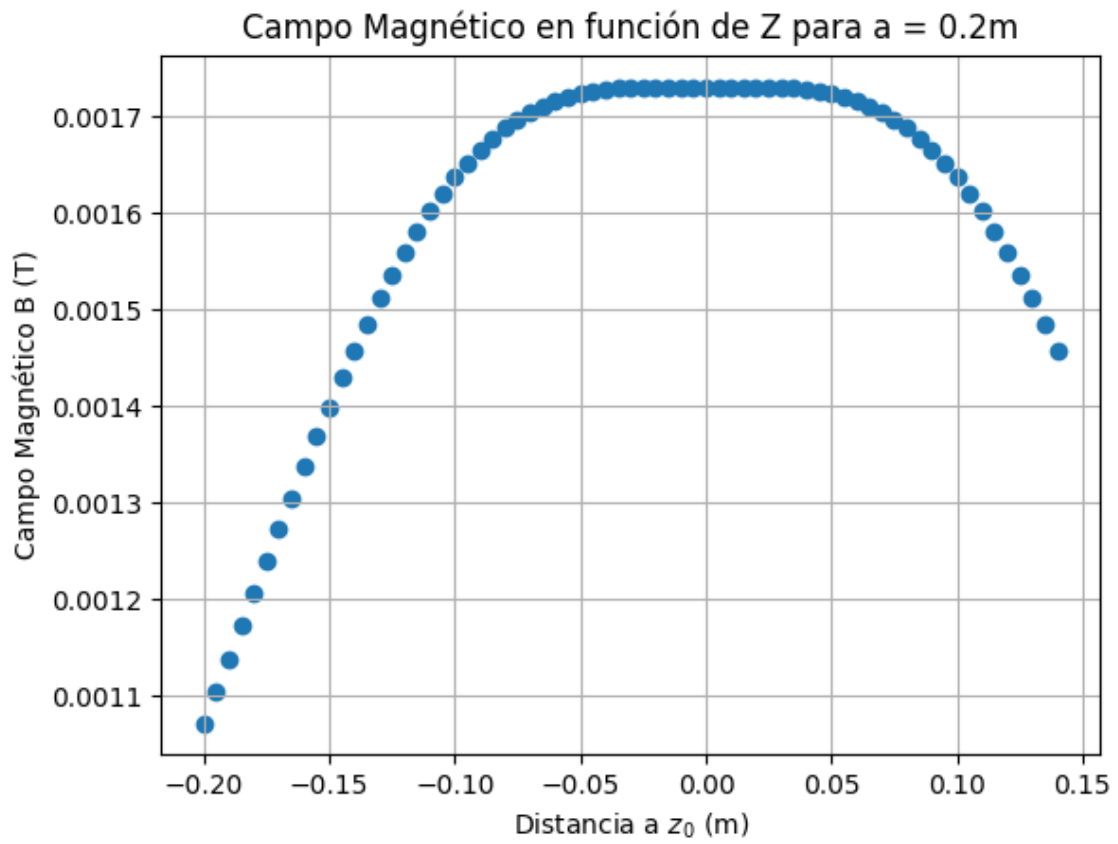
Los datos en crudo son los siguientes, 72 medidas:

Campo Magnético ( $\pm 0,00001$ T)	Distancia al centro, $z$ ( $\pm 0,001$ (m))
0,00100	-0,2
0,00103	-0,20
0,00107	-0,19
0,00109	-0,185
0,00113	-0,18
0,00116	-0,175
0,00119	-0,17
0,00123	-0,165
0,00126	-0,16
0,00129	-0,155
0,00133	-0,15
0,00135	-0,145
0,00138	-0,14
0,00141	-0,135
0,00144	-0,13
0,00149	-0,125
0,00151	-0,12
0,00153	-0,115
0,00155	-0,11
0,00157	-0,105
0,00159	-0,1
0,00160	-0,095
0,00161	-0,09

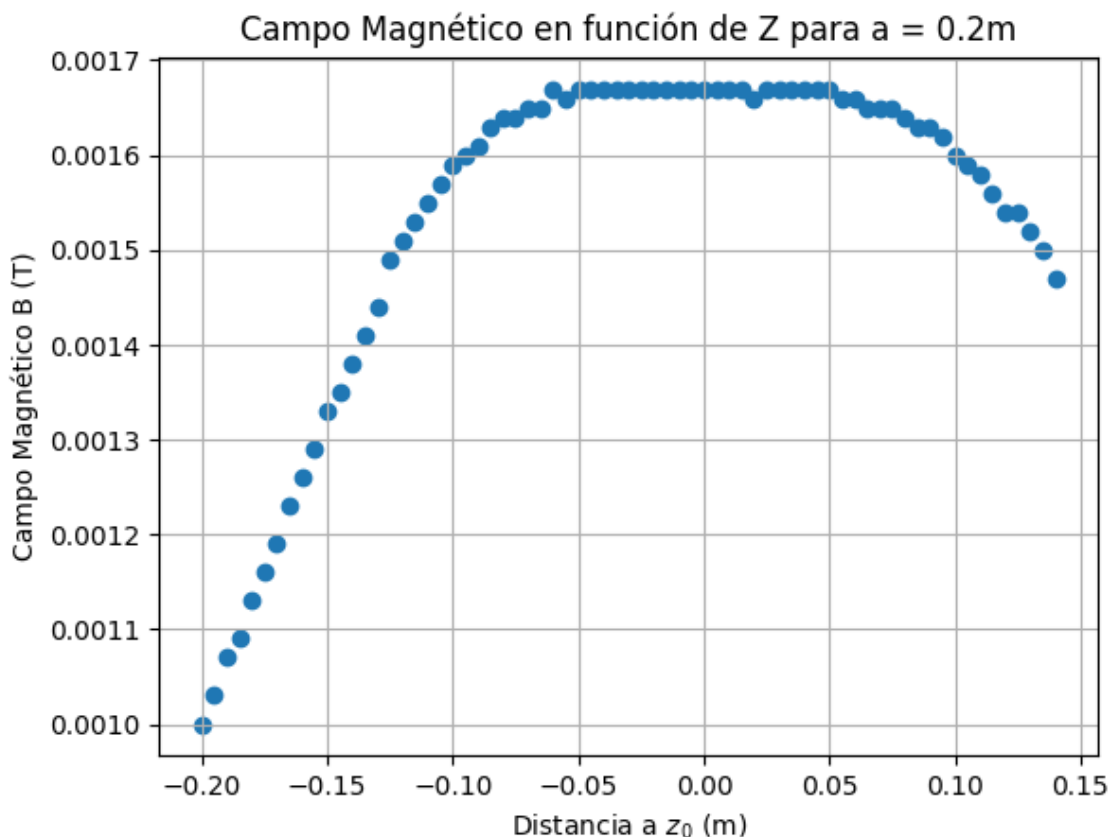
0,00163	-0,085
0,00164	-0,08
0,00164	-0,075
0,00165	-0,07
0,00165	-0,065
0,00167	-0,06
0,00166	-0,055
0,00167	-0,05
0,00167	-0,045
0,00167	-0,04
0,00167	-0,035
0,00167	-0,03
0,00167	-0,025
0,00167	-0,02
0,00167	-0,015
0,00167	-0,01
0,00167	-0,005
0,00167	0
0,00167	0,005
0,00167	0,01
0,00167	0,015
0,00166	0,02
0,00167	0,025
0,00167	0,03
0,00167	0,035
0,00167	0,04
0,00167	0,045
0,00167	0,05
0,00166	0,055
0,00166	0,06
0,00165	0,065
0,00165	0,07
0,00165	0,075
0,00164	0,08
0,00163	0,085
0,00163	0,09
0,00162	0,095
0,00160	0,1
0,00159	0,105
0,00158	0,11
0,00156	0,115
0,00154	0,12
0,00154	0,125
0,00152	0,13
0,00150	0,135
0,00147	0,14

*Tabla de Campo Magnético en función de la distancia.*

Su representación gráfica y la gráfica con los valores esperados (calculados con la ecuación 1) son las siguientes:



Gráfica con los valores experimentales del campo magnético frente a la distancia.



Gráfica con los valores teóricos del campo magnético frente a la distancia.

Y, calculando la media cuadrada de las incertidumbres de la propagación de errores (ecuación 2), la incertidumbre comparada a los valores esperados (ecuación 3) y la incertidumbre del detector; para obtener una incertidumbre completa y sólida a todos sus factores, obtendríamos:

$$s(B) = 6,13 \cdot 10^{-5} T$$

Podríamos apreciar que la gráfica es muy similar a la esperada pero ligeramente movida en el eje y. Esto se puede deber a las diversas incertidumbres de las variables, sobre todo de la fuente de energía que, como hemos observado en otras sesiones en laboratorio, no siempre da lo que muestra, y si hacemos los cálculos, una intensidad ligeramente superior a la esperada nos cambiaría la gráfica de esta manera.

**Para a = 0.1 m**

Esta vez, los 62 datos obtenidos son:

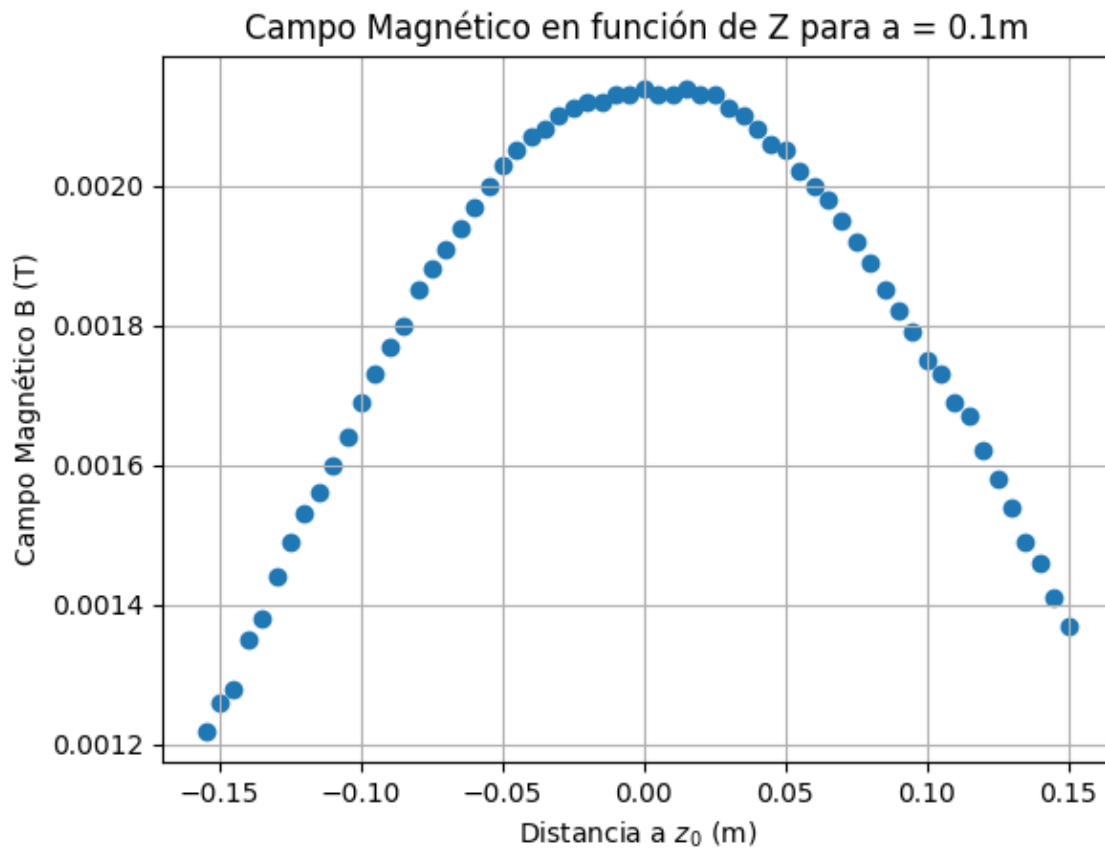
Campo Magnético ( $\pm 0,00001$ T)	Distancia al centro, z ( $\pm 0,001$ m)
0,00122	-0,155
0,00126	-0,15
0,00128	-0,145

0,00135	-0,14
0,00138	-0,135
0,00144	-0,13
0,00149	-0,125
0,00153	-0,12
0,00156	-0,115
0,00160	-0,11
0,00164	-0,105
0,00169	-0,1
0,00173	-0,095
0,00177	-0,09
0,00180	-0,085
0,00185	-0,08
0,00188	-0,075
0,00191	-0,07
0,00194	-0,065
0,00197	-0,06
0,00200	-0,055
0,00203	-0,05
0,00205	-0,045
0,00207	-0,04
0,00208	-0,035
0,00210	-0,03
0,00211	-0,025
0,00212	-0,02
0,00212	-0,015
0,00213	-0,01
0,00213	-0,005
0,00214	0
0,00213	0,005
0,00213	0,01
0,00214	0,015
0,00213	0,02
0,00213	0,025
0,00211	0,03
0,00210	0,035
0,00208	0,04
0,00206	0,045
0,00205	0,05
0,00202	0,055
0,00200	0,06
0,00198	0,065
0,00195	0,07
0,00192	0,075
0,00189	0,08
0,00185	0,085

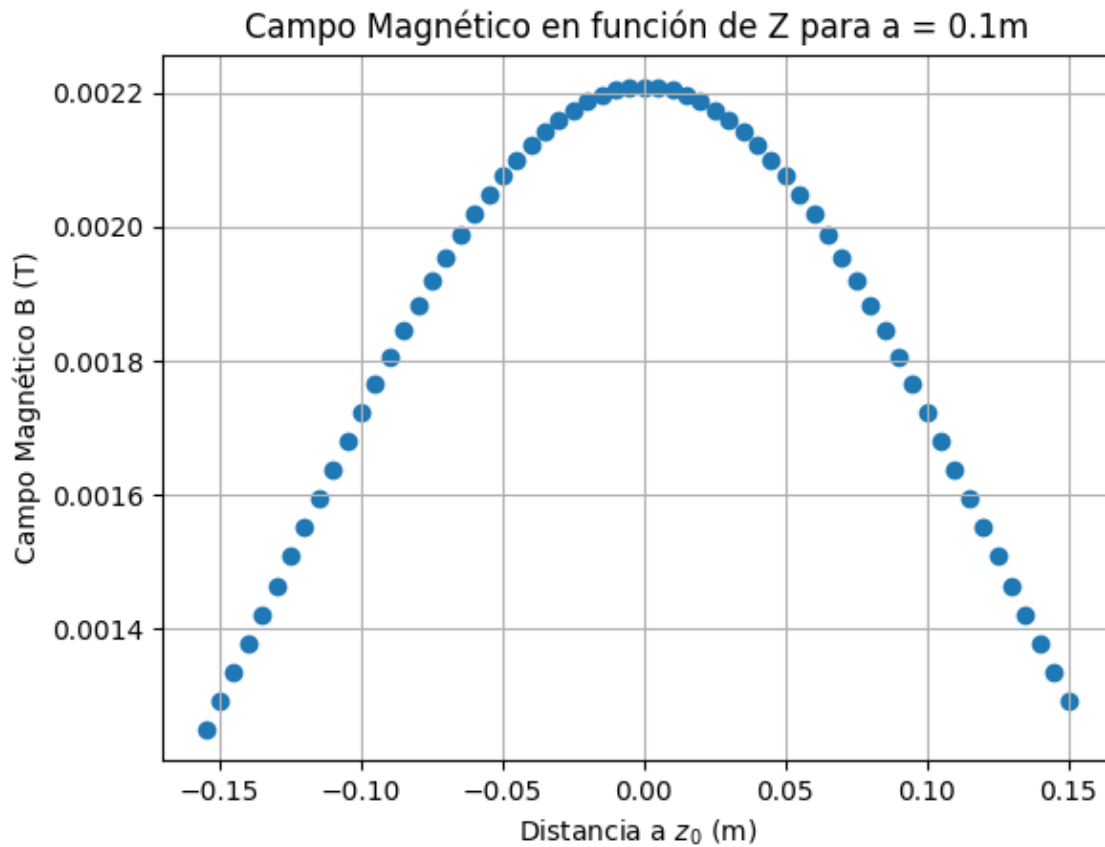
0,00182	0,09
0,00179	0,095
0,00175	0,1
0,00173	0,105
0,00169	0,11
0,00167	0,115
0,00162	0,12
0,00158	0,125
0,00154	0,13
0,00149	0,135
0,00146	0,14
0,00141	0,145
0,00137	0,15

Tabla de Campo Magnético en función de la distancia.

Las gráficas teóricas y experimentales serían las siguientes:



Gráfica con los valores experimentales del campo magnético frente a la distancia.



*Gráfica con los valores teóricos del campo magnético frente a la distancia.*

Se comentaría lo mismo que en el apartado anterior ya que el contexto fue casi idéntico. Ahora, con nuestro código, podríamos pedir la incertidumbre, que resultaría en:

$$s(B) = 5,43 \cdot 10^{-5} T$$

**Para a = 0.4 m**

Ahora mostramos los 72 valores con los que formaremos las gráficas:

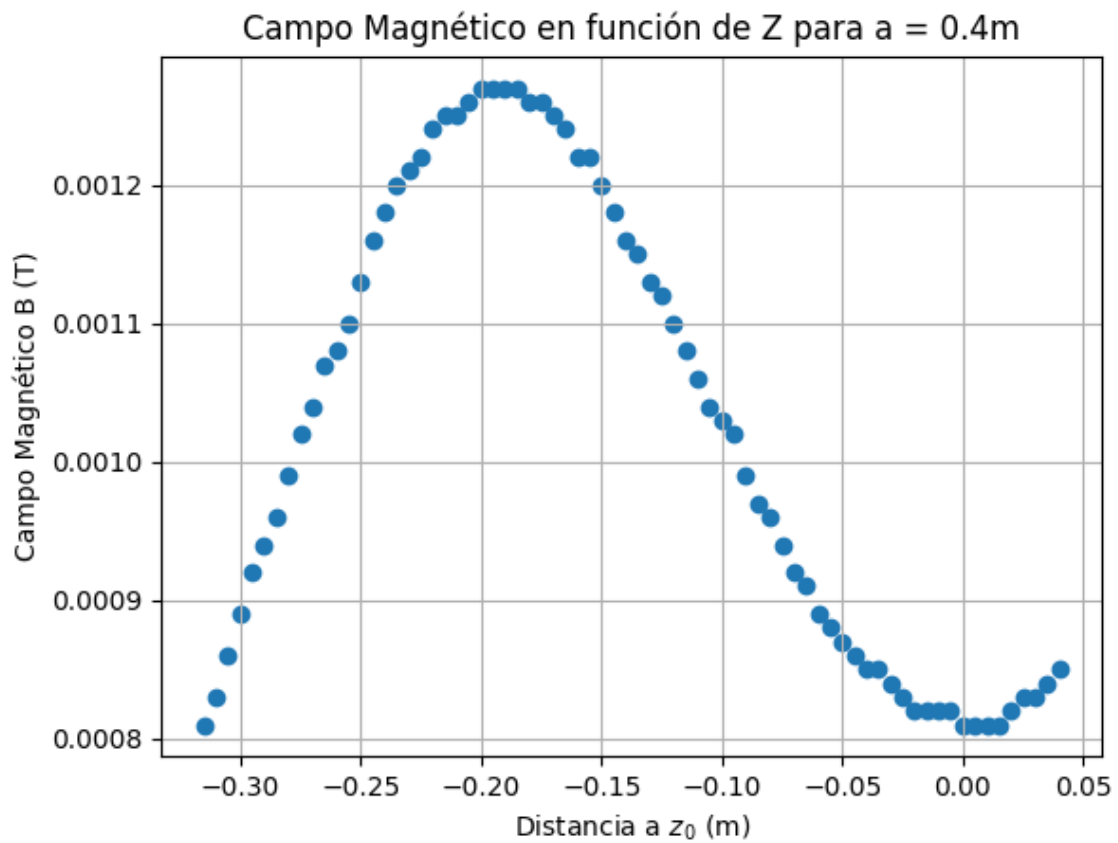
Campo Magnético ( $\pm 0,00001$ T)	Distancia al centro, z ( $\pm 0,001$ m)
0,00081	-0,315
0,00083	-0,31
0,00086	-0,305
0,00089	-0,3
0,00092	-0,295
0,00094	-0,29
0,00096	-0,285
0,00099	-0,28
0,00102	-0,275
0,00104	-0,27
0,00107	-0,265

0,00108	-0,26
0,00110	-0,255
0,00113	-0,25
0,00116	-0,245
0,00118	-0,24
0,00120	-0,235
0,00121	-0,23
0,00122	-0,225
0,00124	-0,22
0,00125	-0,215
0,00125	-0,21
0,00126	-0,205
0,00127	-0,2
0,00127	-0,195
0,00127	-0,19
0,00127	-0,185
0,00126	-0,18
0,00126	-0,175
0,00125	-0,17
0,00124	-0,165
0,00122	-0,16
0,00122	-0,155
0,00120	-0,15
0,00118	-0,145
0,00116	-0,14
0,00115	-0,135
0,00113	-0,13
0,00112	-0,125
0,00110	-0,12
0,00108	-0,115
0,00106	-0,11
0,00104	-0,105
0,00103	-0,1
0,00102	-0,095
0,00099	-0,09
0,00097	-0,085
0,00096	-0,08
0,00094	-0,075
0,00092	-0,07
0,00091	-0,065
0,00089	-0,06
0,00088	-0,055
0,00087	-0,05
0,00086	-0,045
0,00085	-0,04
0,00085	-0,035

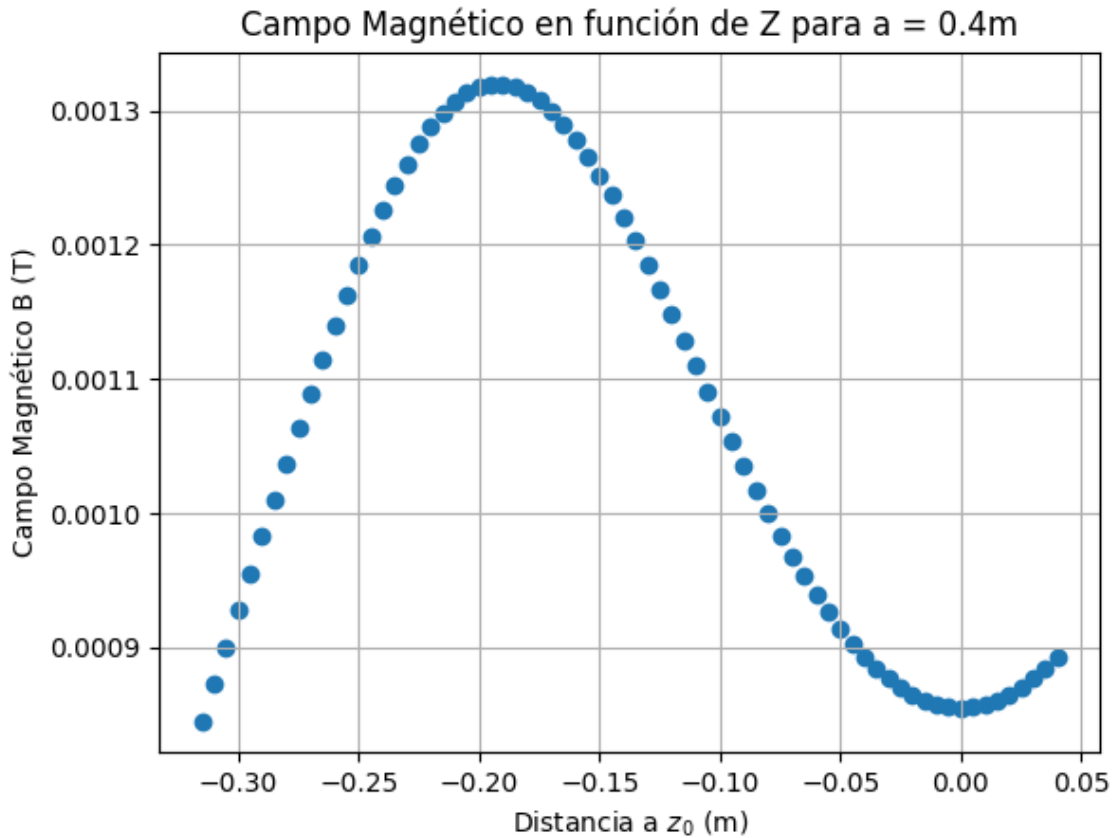
0,00084	-0,03
0,00083	-0,025
0,00082	-0,02
0,00082	-0,015
0,00082	-0,01
0,00082	-0,005
0,00081	0
0,00081	0,005
0,00081	0,01
0,00081	0,015
0,00082	0,02
0,00083	0,025
0,00083	0,03
0,00084	0,035
0,00085	0,04

Tabla de Campo Magnético en función de la distancia.

Con su transformación gráfica, obtenemos:



Gráfica con los valores experimentales del campo magnético frente a la distancia.



*Gráfica con los valores teóricos del campo magnético frente a la distancia.*

Y su incertidumbre resulta valer:

$$s(B) = 5,14 \cdot 10^{-5} T$$

## Parte 2

Es momento, pues, de, haciendo uso de la ecuación 4, calcular la constante de permeabilidad magnética en el vacío. Para ello, como explicamos en la sección de procedimientos, produciremos una gráfica la cual será ajustada por el método de los mínimos cuadrados, es decir, regresión lineal (sin término independiente, ya que pasa por el 0, como es trivial). Nos dará un valor constante, resulta que siguiendo la ecuación de a continuación podremos sacar lo que buscamos.

$$\mu_0 = (cte.) \cdot \frac{2 \cdot R}{N} \cdot \left[ \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z - \frac{a}{2}}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z + \frac{a}{2}}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right]^{-1}, cte. = \frac{B}{I}$$

*Ecuación 6*

También calcularemos la incertidumbre con la ecuación 5 y mostraremos los resultados obtenidos y procesados por el código programado.

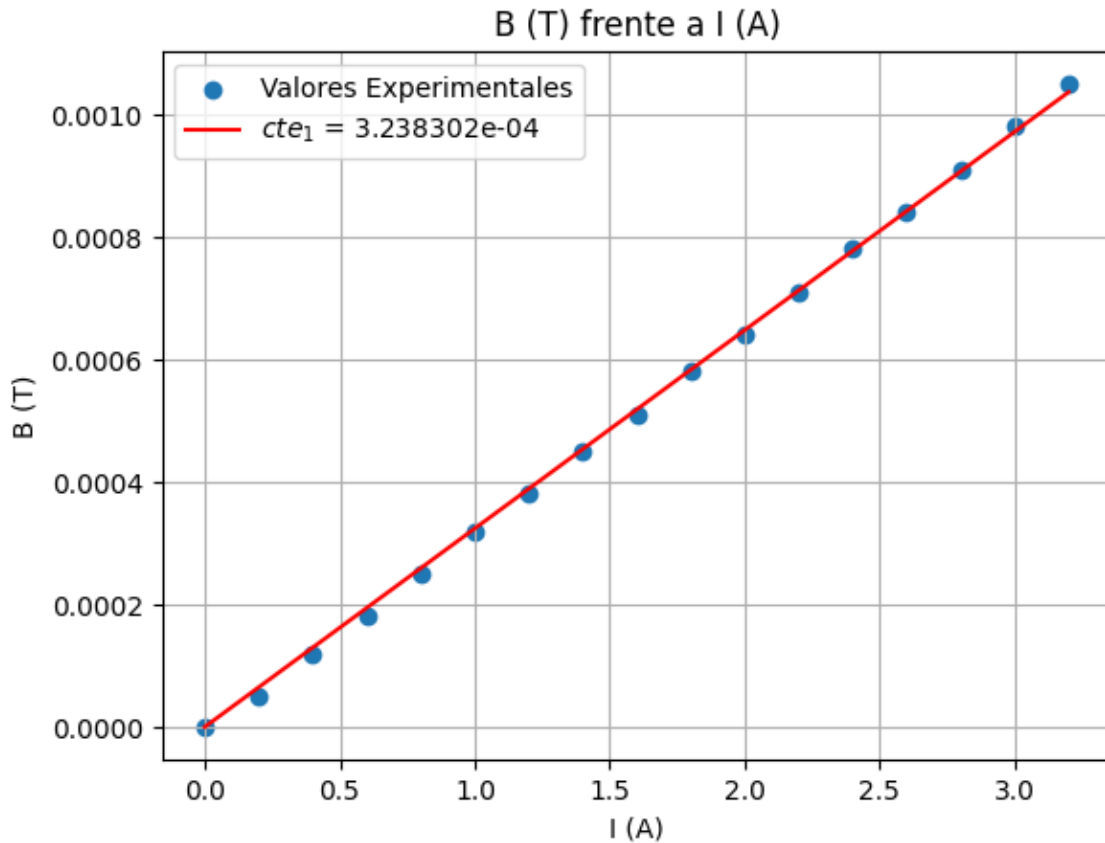
**Para a = 0.4 m**

Los 17 valores del campo magnético en el punto  $z = 0$  en función de una intensidad variable han sido:

Campo Magnético ( $\pm 0,00001$ T)	Intensidad ( $\pm 0,001$ A)
0,00000	0
0,00005	0,2
0,00012	0,4
0,00018	0,6
0,00025	0,8
0,00032	1
0,00038	1,2
0,00045	1,4
0,00051	1,6
0,00058	1,8
0,00064	2
0,00071	2,2
0,00078	2,4
0,00084	2,6
0,00091	2,8
0,00098	3
0,00105	3,2

*Tabla de Campo Magnético en función de la intensidad.*

Cuya gráfica se muestra de la siguiente manera:



Gráfica con los valores del campo magnético frente a la Intensidad.

Los datos asociados a tal regresión parecen muy buenos y son los siguientes.

cte_1:	3.238302e-04
S(cte_1):	1.0806559473542402e-06
Desviación Típica:	8.359556556951876e-06
r:	0.9999109216596249
$\mu$ :	1.1895196893736476e-06
s( $\mu$ ):	1.0275598955989253e-07

Es decir, que podríamos decir que  $\mu$  vale:

$$\mu = (1,19 \pm 0,10) \cdot 10^{-6}$$

**Para a = 0.2 m**

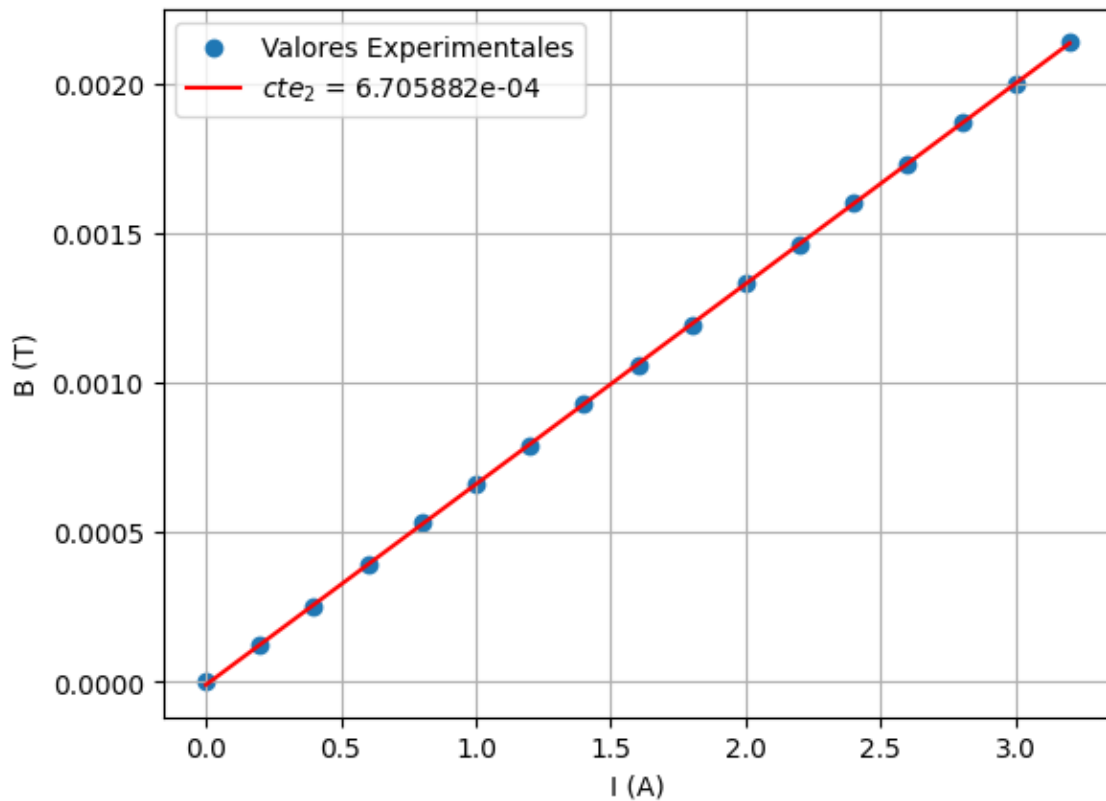
La tabla en este caso, de mismo número de tomas, tocaría ser:

Campo Magnético	Intensidad ( $\pm 0,001A$ )
-----------------	-----------------------------

( $\pm 0,00001$ T)	
0,00000	0
0,00012	0,2
0,00025	0,4
0,00039	0,6
0,00053	0,8
0,00066	1
0,00079	1,2
0,00093	1,4
0,00106	1,6
0,00119	1,8
0,00133	2
0,00146	2,2
0,00160	2,4
0,00173	2,6
0,00187	2,8
0,00200	3
0,00214	3,2

Tabla de Campo Magnético en función de la intensidad.

Graficándolo y representando su recta de tendencia, obtenemos:



Gráfica con los valores del campo magnético frente a la Intensidad.

Nuestros resultados son:

cte\_2: 6.705882e-04

S(cte\_2): 3.1654675080318924e-06

a: -1.1176470588235745e-05

S(a): 5.938943474752715e-06

Desviación Típica:1.2787861891837121e-05

r: 0.9999775579525771

$\mu$ : 1.217111103108174e-06

s( $\mu$ ): 1.5479392103767818e-07

Por lo que tomamos la constante como:

$$\mu = (1,22 \pm 0,15) \cdot 10^{-6}$$

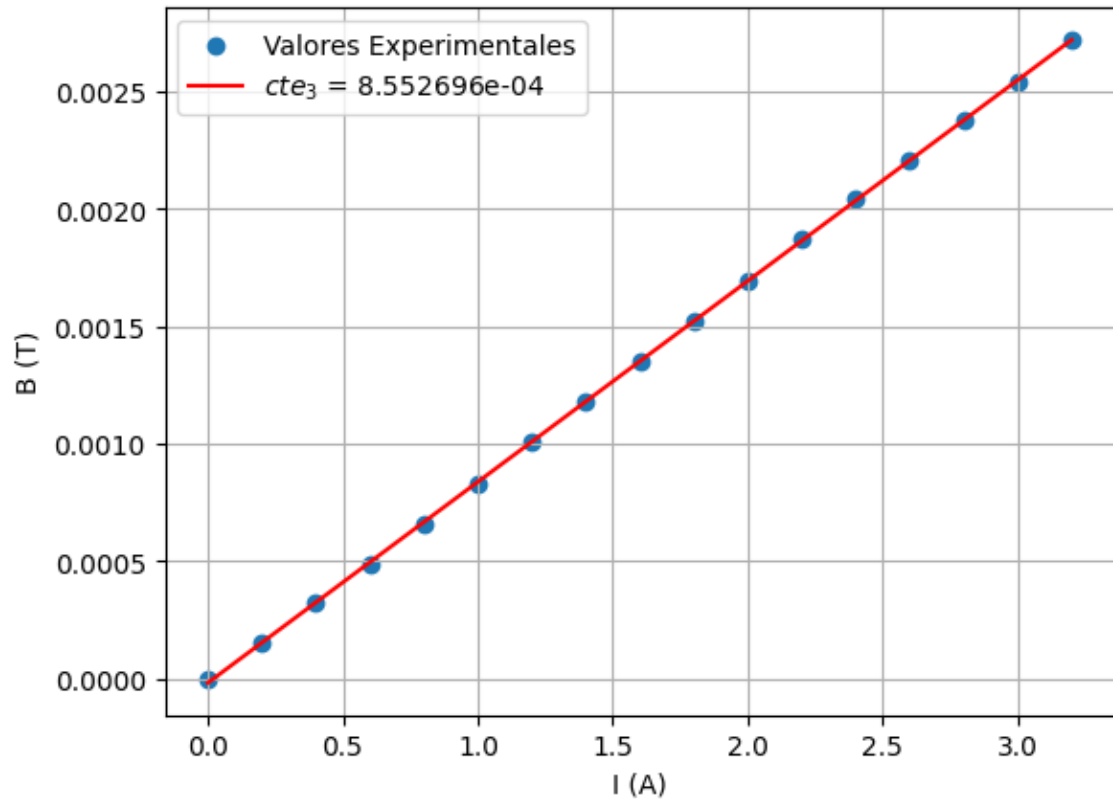
**Para a = 0.1 m**

Tenemos pues, el siguiente conjunto de valores presos en un espacio de forma rectangular al que someteremos a prejuicios y sistematización:

Campo Magnético ( $\pm 0,00001$ T)	Intensidad ( $\pm 0,001$ A)
0,00000	0
0,00015	0,2
0,00032	0,4
0,00049	0,6
0,00066	0,8
0,00083	1
0,00101	1,2
0,00118	1,4
0,00135	1,6
0,00152	1,8
0,00169	2
0,00187	2,2
0,00204	2,4
0,00221	2,6
0,00238	2,8
0,00254	3
0,00272	3,2

Tabla de Campo Magnético en función de la intensidad.

Graficamos de siguiente manera:



Gráfica con los valores del campo magnético frente a la Intensidad.

Y los resultados:

```

cte_3: 8.552696e-04
S(cte_3): 4.972699024991103e-06
a: -1.7843137254902036e-05
S(a): 9.329610350270748e-06
Desviación Típica:2.0088719343954376e-05
r: 0.9999731565820301

μ: 1.2164820989408164e-06
s(μ): 1.629173698204095e-07

```

Así, resolvemos con que:

$$\mu = (1,22 \pm 0,16) \cdot 10^{-6}$$

## 5• Conclusión

## Parte 1

Podemos observar, en las gráficas, que los valores experimentalmente tomados se adecuan de forma muy buena a los esperados, sobre todo teniendo en cuenta sus incertidumbres; al haber tratado con ellos en su momento y, puesto que solo había que evaluar principalmente su semejanza, los damos por concluidos.

Aún así, ya que gráficamente ya las hemos comparado, sus incertidumbres totales son:

$s(B) = 6,13 \cdot 10^{-5} T$	$s(B) = 5,43 \cdot 10^{-5} T$	$s(B) = 5,14 \cdot 10^{-5} T$
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

## Parte 2

Sabemos ahora que debemos comparar el valor de  $\mu$  obtenido con el mundialmente aceptado, así, tenemos la tabla:

$\mu$ experimental	$\mu$ teórico
$(1,19 \pm 0,10) \cdot 10^{-6}$	$\frac{4\pi}{10^7} = 1,26 \cdot 10^{-6}$
$(1,22 \pm 0,15) \cdot 10^{-6}$	
$(1,22 \pm 0,16) \cdot 10^{-6}$	

Pese a que la incertidumbre es ligeramente elevada, cumple que todos los valores están en un mismo intervalo que resulta que en él también se encuentra el valor “real”, por ello, resulta estimulante haber calculado una constante universal y no haber fallado en la misión.

## 6• Bibliografía

- *Colaboradores de Wikipedia.* (2024, 26 marzo). *Permeabilidad magnética.* *Wikipedia, la Enciclopedia Libre.*  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Permeabilidad\\_magn%C3%A9tica#:~:text=La%20constante%20de%20permabilidad%20%CE%BC,magn%C3%A9tico%20en%20un%20vac%C3%ADo%20cl%C3%A1sico.](https://es.wikipedia.org/wiki/Permeabilidad_magn%C3%A9tica#:~:text=La%20constante%20de%20permabilidad%20%CE%BC,magn%C3%A9tico%20en%20un%20vac%C3%ADo%20cl%C3%A1sico.)
- *Handbook of Physics.* (2002). *En Springer eBooks.* <https://doi.org/10.1007/0-387-21632-4>